Speaker

Khaydar Nurligareev

Seminar

of the Probabilities and dynamical systems team

Location and date

LMRS, University of Rouen Normandy, Saint-Étienne-du-Rouvray, December 1, 2025

Title

Brick wall excursions

Abstract

Let us consider an m-steps random walk in $\mathbb{R}^d$ that starts at the origin and consists of m independent steps of length 1, where the direction of each step is chosen uniformly at random. Take the distance to the origin (after m such steps) and compute a sequence of its even moments. As was shown in 2015 by Borwein, Straub, and Vignat, in dimensions $d = 2$ and $d = 4$ this sequence is an integer. Although for $d = 2$, the nth moment is equal to the number of abelian squares of length $2n$ over an alphabet with m letters, for $d = 4$ no combinatorial interpretation was known.

The aim of this talk is to provide such an interpretation, both for $d = 2$ and $d = 4$, in terms of n-step lattice paths in dimension $(m-1)$. The key step is a bijection between Dyck paths with a prescribed number of peaks and words of a certain type. In addition, this bijection allows us to derive closed formulas for the number of lattice paths provided with certain statistics.

This talk is based on the ongoing work with Sergey Kirgizov and Michael Wallner.

Speaker

Khaydar Nurligareev

Séminaire

de l'équipe Probabilités et systèmes dynamiques

Lieu et date

LMRS, Université de Rouen Normandie, Saint-Étienne-du-Rouvray, 1 décembre, 2025

Titre

Excursions sur les murs de briques

Résumé

Considérons une marche aléatoire sur $\mathbb{R}^d$ qui commence à l'origine et se compose de m pas indépendants de longueur 1, où la direction d'un pas est choisie uniformément au hasard. Prenons la distance à l'origine (après m de ces pas) et calculons ses moments pairs. Dans les dimensions $d = 2$ et $d = 4$, comme Borwein, Straub et Vignat l'ont montré en 2015, nous obtenons une suite entière. Il a été démontré que pour $d = 2$, le $n$ième moment est égal au nombre de carrés abéliens de longueur $2n$ sur un alphabet de m lettres. Par contre, pour $d = 4$ il n'y avait aucune interprétation combinatoire.

L'objectif de cet exposé est de fournir une telle interprétation, à la fois pour $d = 2$ et $d = 4$, en termes de chemins de n pas sur un treillis de dimension $(m - 1)$. L'idée clé est une bijection entre les chemins de Dyck avec un nombre prescrit de pics et des mots d'un certain type. De plus, cette bijection nous permet de dériver des formules exactes pour le nombre de chemins fournis avec certaines statistiques.

Cet exposé est basé sur le travail en cours avec Sergey Kirgizov et Michael Wallner.