

Апериодические замощения

Илья Иванов-Погодаев, Алексей Канель-Белов, Иван Митрофанов, Тома Ферник

F Самосборка

F.1 *Паттерном* называется связная область без дыр, покрытая несколькими плитками, выложенными по правилам. Паттерн называется *мертвым*, если он не появляется ни в каком замощении плоскости. Найдите мертвый паттерн для набора плиток на рисунках. 2–4.

F.2 Докажите, что в любом наборе плиток, который может замостить плоскость только непериодически, существует мертвый паттерн.

Пусть определена некоторая глобальная константа *температура* и задан *вес* для каждого плиточного ребра. *Схема самосборки* для набора декорированных многоугольных плиток это процесс проводимый по следующим правилам. На первом шаге процесса выкладывается любая плитка. На $N + 1$ шаге процесса к уже выложенному куску по правилам прикладывается плитка, причем сумма весов на ее ребрах, которые совпали с ребрами уже установленных ранее плиток, должна быть не менее чем температура. Процесс останавливается, когда к уже построенному куску нельзя добавить ни одной плитки.

F.3 Пусть под весом понимается количество пятен, а температура равна 2. Какие паттерны могут быть построены с помощью схемы самосборки, используемой с плитками на рисунке 7 ?

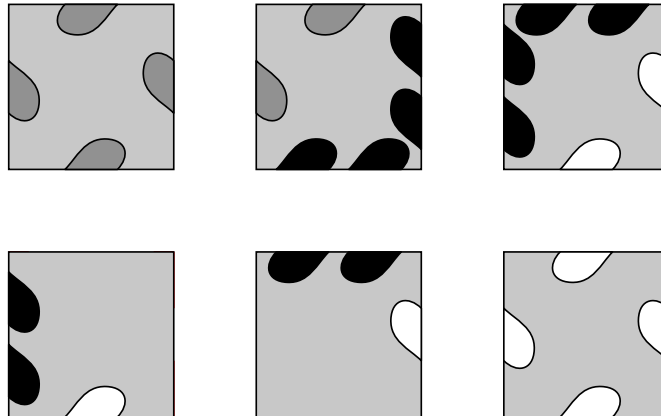


Рис. 7: Схема самосборки для температуры 2, с весами на ребрах равными числу пятен.

Общий результат утверждает, что если задана подстановка на наборе плиток, то можно выбрать температуру, веса, и существует схема самосборки для этого набора, такая что все замощения могут быть построены это иерархические замощения, заданные этой подстановкой.

F.4 Можете ли вы найти схемы самосборки для подстановок из циклов D и E ?

G Замощения ромбами

G.1 Докажите, что можно замостить плоскость с помощью квадрата и ромба изображенных на рисунке 8.

G.2 В продолжение предыдущей задачи, придумайте замощение, использующее как можно меньшее количество квадратов.

G.3 Верно ли, что все замощения из первой задачи этого цикла являются квазипериодическими.

G.4 Решите задачи G1-G3 для набора плиток, состоящего из ромбов на Рис. 9

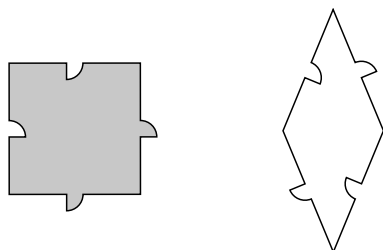


Рис. 8: Серый квадрат и белый ромб (острый угол 45°).

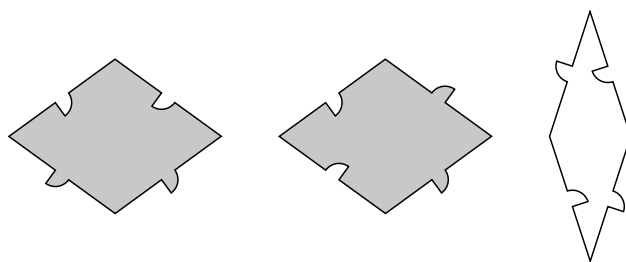


Рис. 9: Серые ромбы (острый угол 72°) и белый ромб (острый угол 36°).