

## TD/TP 3 : Produit de matrices à la chaîne

### 1 Échauffement

**Q1.** Calculez le produit de matrices suivant.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 6 & 2 & 9 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

**Q2.** De combien de façon peut-on multiplier 3 matrices? Quel est le nombre minimum de produits élémentaires (entre deux coefficients) effectués?

### 2 Cas général

On veut calculer un produit de  $n$  matrices en faisant le moins possible de produits élémentaires :

$$A_{i_0, i_1} A_{i_1, i_2} \cdots A_{i_{n-1}, i_n},$$

où  $A_{l,c}$  désigne une matrice avec  $l$  lignes et  $c$  colonnes.

**Q3.** Quels sous-problèmes introduire si on veut utiliser la programmation dynamique pour trouver le nombre minimum de produits élémentaires nécessaires?

**Q4.** Combien y'a-t-il de sous-problèmes? Comment stocker les sous-solutions?

**Q5.** Quels sont les cas terminaux (sous-problème résoluble sans appel récursif)?

**Q6.** Comment combiner les résultats des sous-problèmes?

### 3 À vos claviers

**Q7.** Programmez une fonction qui prend en argument un pointeur sur une suite d'entiers  $i_0, \dots, i_n$  (et d'éventuels paramètres supplémentaires) et qui renvoie le nombre minimal de produits nécessaires à multiplier la chaîne de matrices

$$A_{i_0, i_1} A_{i_1, i_2} \cdots A_{i_{n-1}, i_n}.$$

**Q8.** Que trouve-t-on avec la suite  $1, 2, \dots, n$ ?