

TD/TP 2 : Pivot de Gauss

Le but de ce TD/TP est de programmer la méthode du pivot de Gauss pour la résolution d’un système linéaire. On suit la présentation faite pages 9 et 10 du polycopié de cours, disponible en ligne : https://www.math.univ-paris13.fr/~duyckaer/enseignement/Poly_L1_2017_TI_Repro.pdf. Les matrices seront allouées dynamiquement.

1 Échauffement

Appliquer étape par étape la méthode du polycopié sur la matrice augmentée suivante. On choisira pour pivot le plus grand élément (en module) de la colonne.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 7 & -3 & 5 \\ 0 & 3 & 6 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 0 & 4 & 8 \end{array} \right).$$

2 Descente

Variables. Quelles variables aurez-vous besoin de maintenir à jour durant les différentes étapes de la phase de descente ?

Fonctions. Déclarez (variables d’appel et de sortie) les fonctions suivantes :

- `colonne_pivot` qui met à jour la colonne pivot ;
- `pivot` qui trouve la ligne du pivot ;
- `echange` qui échange la ligne courante et la ligne du pivot ;
- `annule_dessous` qui annule les coefficients sous le pivot ;
- `descente` qui réalise la phase de descente.

Code. Écrivez le code des fonctions précédentes.

3 Complexité

Quelle est la complexité de chacune des fonctions ci-dessus ?

4 Remontée

Modifiez la fonction `annule` précédente pour qu’elle réalise aussi la remontée, *i.e.*, normalise la ligne du pivot de sorte à avoir un premier coefficient égal à 1, puis annule à la fois les coefficients en dessous et au dessus du pivot.

5 Travaux pratiques

Coder les fonctions précédentes dans un programme. Les tester dans le `main`.

6 Inverse

Écrire le code d'une fonction **inverse** qui calcule et renvoie l'inverse d'une matrice (carrée) passée en argument. Le pointeur renvoyé sera NULL si la matrice n'est pas inversible.

Vérifiez (à l'aide des fonctions du TP précédent) que le produit d'une matrice aléatoire et de son inverse est bien la matrice identité. Et avec une matrice de Hilbert ?