

TD 4

Exercice 1 On donne Γ un ensemble fini de formules qui admet un modèle (une distribution de valeurs de vérité donnant la valeur Vrai à toutes les formules). On suppose que Φ est une conséquence sémantique de Γ , et que Ψ n'est pas une conséquence sémantique de Γ : $\Gamma \models \Phi$ et $\Gamma \not\models \Psi$. Soit τ une tautologie.

- Est-ce que Φ est une conséquence sémantique de $\Gamma \cup \{\tau\}$?
- Est-ce que Ψ est une conséquence sémantique de $\Gamma \cup \{\tau\}$?
- Quelle formule ρ pourrait-on ajouter à Γ pour que $\neg\Phi$ soit une conséquence sémantique de $\Gamma \cup \{\rho\}$?

Exercice 2 On définit le connecteur binaire '|' appelé barre de Sheffer dont la table de vérité est la suivante :

A	B	A B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Montrer que l'ensemble $\{ |\}$ est un système complet de connecteurs.

Exercice 3 Soit la formule $F = (P \vee Q) \Rightarrow ((\neg(\neg R \vee P) \Leftrightarrow Q)$.

- Donner la table de vérité de F .
- Utiliser cette table pour construire une FND équivalente à F .
- On veut maintenant construire une FNC équivalente à F :
 - Commencer par trouver une FND équivalente à $\neg F$, que l'on notera G .
 - A partir de $\neg G$ et en distribuant la négation, trouver une FNC équivalente à $\neg G$.
 - En déduire une FNC équivalente à F .