

Contrôle de Logique

Jeudi 2 Mars 2017 10h - 12h
Aucun document n'est autorisé

!!! IMPORTANT : Il est important de JUSTIFIER chacune de vos réponses !!!

Exercice 1 (2 pts)

Représenter les diagrammes d'Euler pour les syllogismes suivants. Sont-ils valides ?

1. Tout train est un moyen de transport ;
Or un tgv est un train ;
Donc un tgv est un moyen de transport.
2. Aucun tigre n'est un oiseau ;
Or un chihuahua n'est pas un tigre ;
Donc un chihuahua n'est pas un oiseau.

Exercice 2 (5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 pts)

Soit F la formule $(A \wedge \neg B) \Rightarrow (C \Rightarrow (\neg C \vee \neg B))$.

1. Donner l'ensemble des sous-formules de F .
2. Calculer (et justifier) la hauteur et la longueur de F .
3. Rappeler ce qu'est une valuation, une distribution de valeurs de vérité.
4. Donner la table de vérité de F .
5. (substitution) Soit $G = A \wedge \neg C$, que sont les formules $F[G/A][A/C]$, $F[A/C][G/A]$, $F[G/A, A/C]$?

Exercice 3 (5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 pts)

Les formules suivantes sont-elles des tautologies ? On utilisera une table de vérité, certaines distributions de valeurs de vérité, un raisonnement sur les valuations ou les propriétés sur la substitution de formules ou l'équivalence de formules.

1. $((Y \Rightarrow Z) \Leftrightarrow X) \wedge (X \Leftrightarrow (Y \wedge \neg Z))$
2. $(A \Rightarrow B) \wedge (\neg(B \vee C))$
3. $((A \vee B) \Rightarrow (B \wedge \neg C)) \wedge ((A \vee C) \Rightarrow (\neg B \vee C)) \Rightarrow (\neg D \vee ((B \Rightarrow D) \wedge (E \Rightarrow D)))$
4. $((D \Rightarrow A) \vee A) \Rightarrow ((B \Rightarrow A) \wedge \neg(C \Rightarrow A))$
5. $(X \Rightarrow ((Y \vee \neg Z) \wedge \neg(X \Rightarrow Y))) \vee ((U \wedge \neg V) \vee (X \vee Z))$

Exercice 4 (4 = 1 + 1 + 1 + 1 pts)

Montrer qu'on a les équivalences suivantes (par table de vérité) :

1. $A \equiv A \wedge A$
2. $\neg A \vee (B \wedge C) \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (\neg A \vee C)$
3. $(\neg B \vee C) \wedge A \equiv \neg(A \Rightarrow B) \vee (A \wedge C)$
4. $\neg(A \vee B) \equiv (\neg B \wedge \neg A)$

Exercice 5 (2 = 0,5 + 0,5 + 1 pts)

On considère la formule $F = \neg(A \vee C) \Rightarrow (\neg B \wedge (\neg C \Rightarrow A))$

1. Rappeler la définition de forme normale disjonctive.
2. Donner la table de vérité de F .
3. En déduire une formule sous forme normale disjonctive équivalente à F .

Exercice 6 (2 pts)

Soit Δ un ensemble fini de formules, G et H deux formules, montrer que $\Delta \cup \{G\} \models H$ ssi $\Delta \models G \Rightarrow H$