

Contrôle de Logique

Vendredi 4 Mars 2016 14h - 16h
Aucun document n'est autorisé

!!! IMPORTANT : Il est important de JUSTIFIER chacune de vos réponses !!!

Exercice 1 (2 pts)

Représenter les diagrammes d'Euler pour les syllogismes suivants. Sont-ils valides ?

1. Tous les chiens sont des animaux ;
Or un chihuahua est un chien ;
Donc un chihuahua est un animal.
2. Aucun chien n'est un oiseau ;
Or un chihuahua est un chien ;
Donc un chihuahua n'est pas un oiseau.

Exercice 2 (2 pts) Mettez sous forme de formule les propositions suivantes (attention : il peut y avoir une ou plusieurs possibilités) :

1. Toutes les voitures ont un propriétaire.
2. Si un nombre est impair alors il n'est pas divisible par 2.

Exercice 3 (3 = 1,5 + 1,5 pts)

Soit F la formule $(A \vee B) \Rightarrow (\neg C \wedge \neg(C \Rightarrow \neg B))$.

1. Donner l'ensemble des sous-formules de F .
2. Etablir la hauteur et la longueur de F .

Exercice 4 (5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 pts)

1. Rappeler ce qu'est une tautologie.
2. Les formules suivantes sont-elles des tautologies ? On utilisera une table de vérité, certaines distributions de valeurs de vérité, un raisonnement sur les valuations ou les propriétés sur la substitution de formules ou l'équivalence de formules.
 - (a) $(A \wedge B) \Rightarrow (A \vee \neg A)$
 - (b) $(A \vee \neg A) \Rightarrow (A \wedge B)$
 - (c) $((A \wedge B) \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C))$
 - (d) $(\neg(D \vee A) \vee \neg(B \wedge E)) \vee C \Rightarrow (((D \vee A) \Rightarrow C) \vee ((B \wedge E) \Rightarrow C))$

Exercice 5 (4 = 1 + 1 + 1 + 1 pts)

Montrer qu'on a les équivalences suivantes (par table de vérité) :

1. $A \equiv A \vee A$
2. $A \Rightarrow (B \wedge C) \equiv (\neg A \vee B) \wedge (A \Rightarrow C)$
3. $A \wedge (B \Rightarrow C) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge C)$
4. $\neg(A \wedge B) \equiv (B \Rightarrow \neg A)$

Exercice 6 (2 = 0,5 + 0,5 + 1 pts)

On considère la formule $F = (A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \wedge (C \Rightarrow A))$

1. Rappeler la définition de forme normale disjonctive.
2. Donner la table de vérité de F .
3. En déduire une formule sous forme normale disjonctive équivalente à F .

Exercice 7 (2 = 0,5 + 1,5 pts)

On considère la constante logique 'faux' noté \perp dont la valeur de vérité est toujours 0.

1. Montrez l'équivalence $\neg A \equiv A \Rightarrow \perp$.
2. Montrez par induction structurale que toute formule construite avec les connecteurs $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow$ est équivalente à une formule construite seulement avec les connecteurs $\vee, \wedge, \Rightarrow$ et la constante logique \perp .