

Contrôle de Logique

Jeudi 5 Mars 2015 9h - 11h
Aucun document n'est autorisé

!!! IMPORTANT : Il est important de JUSTIFIER chacune de vos réponses !!!

Exercice 1 (2 pts)

Représenter les diagrammes d'Euler pour les syllogismes suivants. Sont-ils valides ?

1. Aucun chien n'est un oiseau ;
Or les labradors sont des chiens ;
Donc les labradors ne sont pas des oiseaux.
2. Tous les journaux sont des oiseaux ;
Or un canard est un journal ;
Donc un canard est un oiseau.

Exercice 2 (2 pts) Mettez sous forme de formule les propositions suivantes (attention : il peut y avoir une ou plusieurs possibilités) :

1. S'il existe une étoile qui est rouge alors cette étoile est ancienne.
2. Tous les linguistes connaissent une langue asiatique.

Exercice 3 (3 = 1 + 1 + 1 pts)

Soit F la formule $(A \Rightarrow ((B \vee \neg C) \wedge \neg(A \Rightarrow B)))$.

1. Donner l'ensemble des sous-formules de F .
2. Rappeler ce qu'est une valuation, une distribution de valeurs de vérité.
3. Donner la table de vérité de F .

Exercice 4 (5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 pts)

1. Rappeler ce qu'est une tautologie.
2. Les formules suivantes sont-elles des tautologies ? On utilisera certaines (ou toutes les) distributions de valeurs de vérité, un raisonnement sur les valuations ou les propriétés sur la substitution de formules ou l'équivalence de formules.
 - (a) $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$
 - (b) $((F \wedge G) \vee \neg B) \Rightarrow (F \wedge G \wedge \neg B)$
 - (c) $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg A \vee C))$
 - (d) $(A \Rightarrow ((B \wedge \neg C) \vee \neg(D \Rightarrow E))) \vee ((E \wedge \neg A) \vee (A \vee D))$

Exercice 5 (4 = 1 + 1 + 1 + 1 pts)

Montrer qu'on a les équivalences suivantes :

1. $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
2. $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
3. $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$
4. $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$

Exercice 6 (4 = 0,5 + 0,5 + 1,5 + 1,5 pts)

Soit F une formule :

— $\mathcal{V}(F)$ est l'ensemble des occurrences de variables propositionnelles présentes dans F .

— $\mathcal{C}(F)$ est l'ensemble des occurrences de connecteurs présentes dans F .

1. Déterminez $\mathcal{V}(\neg F)$ en fonction de $\mathcal{V}(F)$.
2. Déterminez $\mathcal{V}(F \vee G)$ en fonction de $\mathcal{V}(F)$ et de $\mathcal{V}(G)$.
3. Pour toute formule F , en se servant entre autres des propriétés précédentes, définir $\mathcal{V}(F)$ par induction structurelle.
4. En vous inspirant des questions précédentes, définir $\mathcal{C}(F)$ par induction structurelle.