

Contrôle de Logique

Jeudi 20 Février 2014 9h - 11h
Aucun document n'est autorisé

!!! IMPORTANT : Il est important de JUSTIFIER chacune de vos réponses !!!

Exercice 1 (2 pts)

Représenter le diagramme d'Euler pour le syllogisme suivant. Est-il valide ?

- Aucun poisson n'est un singe ;
- Or les chimpanzés sont des singes ;
- Donc les chimpanzés ne sont pas des poissons.

Exercice 2 (4 = 1 + 1 + 2 pts)

Soit F la formule $(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \wedge C) \Rightarrow (B \vee C))$.

1. Donner l'ensemble des sous-formules de F .
2. Rappeler ce qu'est une valuation, une distribution de valeurs de vérité.
3. Donner la table de vérité de F .

Exercice 3 (5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 pts)

1. Rappeler ce qu'est une tautologie.
2. Les formules suivantes sont-elles des tautologies ? On utilisera certaines (ou toutes les) distributions de valeurs de vérité, ou la substitution de certaines formules.
 - $F \Rightarrow F$
 - $F \Rightarrow (G \Rightarrow F)$
 - $(F \Rightarrow (G \Rightarrow H)) \Rightarrow ((F \Rightarrow G) \Rightarrow (F \Rightarrow H))$
 - $(F \Rightarrow ((G \vee \neg H) \wedge \neg(F \Rightarrow G))) \vee ((I \wedge \neg J) \vee (F \vee H))$

Exercice 4 (5 = 1 + 1 + 1 + 2 pts)

Montrer qu'on a les équivalences suivantes :

1. $\neg\neg F \equiv F$
2. $\neg(F \wedge G) \equiv (\neg F \vee \neg G)$
3. $\neg(F \vee G) \equiv (\neg F \wedge \neg G)$
4. On considère la formule $F = \neg(\neg(A \vee \neg B) \wedge (B \Rightarrow \neg A))$. Trouvez une formule équivalente à F dans laquelle les négations ne portent que sur les variables propositionnelles.

Exercice 5 (4 = 2 + 2 pts)

1. Soit F une formule, $\mathcal{V}(F)$ est l'ensemble des variables propositionnelles contenues dans F . Définir $\mathcal{V}(F)$ par induction.
2. On définit $p(F)$ comme le nombre de variables propositionnelles dans F , et $c(F)$ comme le nombre de connecteurs dans F . Démontrer que pour toute formule F , on a $p(F) \leq c(F) + 1$.