Exercice 2

1°) Exemple de parcours génériques

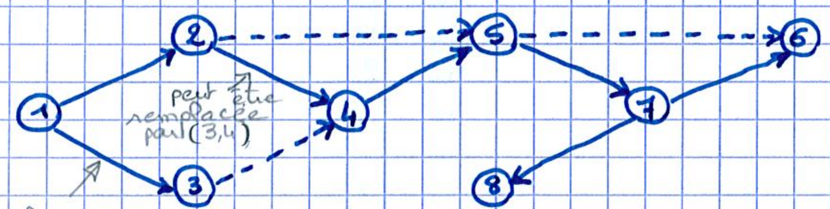
Définition : parcours
Un parcours de racine s est une suite L de sommets tq
1) s est le premier sommet de L
2) chaque sommet apparait une fois et une seule dans L
3) tout sommet sauf la racine est adjacent à un sommet placé avant lui dans la liste.

(a) Un parcours générique de G :

$L = (1, 2, 3, 4, 5, 7, 6, 8)$

Rque : L est vide au départ. L contient les sommets dans l'ordre dans lequel les sommets sont visités.

Pour construire l'arborescence associée à L,
- à chaque ajout d'un sommet s_i dans L
  - choisir une arête reliant un sommet s_j de $L[1, i-1]$ au sommet s_i tq l'arête $s_j s_i \in$ graphe.
  - on oriente de s_i vers s_j

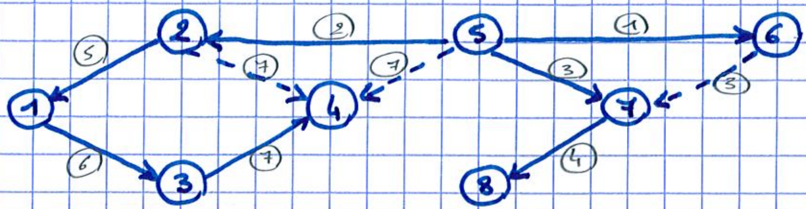


L'arborescence n'est pas unique.

(b) $L_1 = (5, 6, 2, 7, 8, 1, 3, 4)$
L_1 parcours ?

→ Chaque sommet apparait une fois.
→ 6 voisin de 5 $\in L_1[1]$
2 voisin de 5 $\in L_1[1, 2]$
7 voisin de 5 et 6 $\in L_1[1, 3]$
8 voisin de 7 $\in L_1[1, 4]$
1 voisin de 2 $\in L_1[1, 5]$
3 voisin de 1 $\in L_1[1, 6]$
4 voisin de 2, 3 et 5 $\in L_1[1, 7]$

Donc L_1 est un parcours.



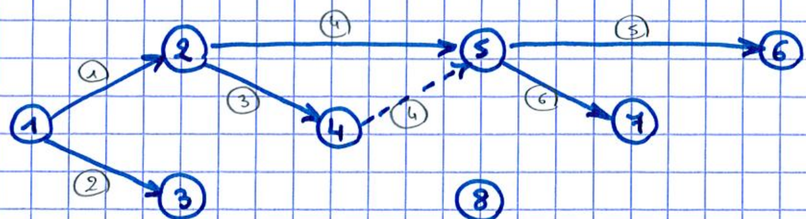
L'arborescence n'est pas unique. On peut choisir (6, 7) au lieu de (5, 7) ou (5, 4) au lieu de (3, 4).

$L_2 = (5, 6, 3, 2, 1, 4, 8, 7)$
L_2 parcours ?

→ Chaque sommet apparait une fois.
→ 6 voisin de $5 \in L_2[1]$
3 n'est voisin ni de 5, ni de 6 et $L_2[1,2] = \{5, 6\}$.
Donc
L_2 n'est pas un parcours.

(c) $L = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$
L parcours de G' ?

→ Chaque sommet apparait une fois.
→ 2 successeur de $1 \in L[1]$
3 successeur de $1 \in L[1,2]$
4 successeur de $2 \in L[1,3]$
5 successeur de $2, 4 \in L[1,4]$
6 successeur de $5 \in L[1,5]$
7 successeur de $5 \in L[1,6]$
8 est un point de régénération car
$L[1,7]$ ne contient pas de successeur dans G' qui n'est pas déjà dans $L[1,7]$.



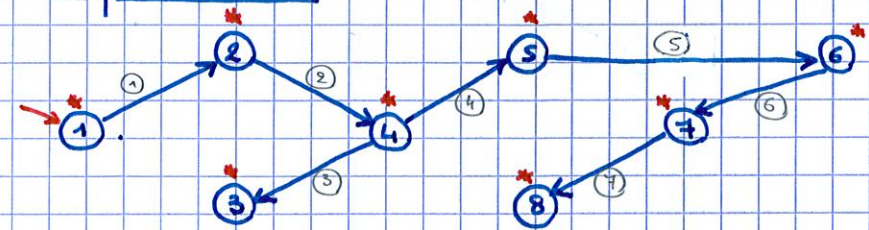
L'arborescence n'est pas unique. On peut choisir (4, 5) à la place de (2, 5).

Exercice 2 (suite)

2) Exemples de parcours en profondeur

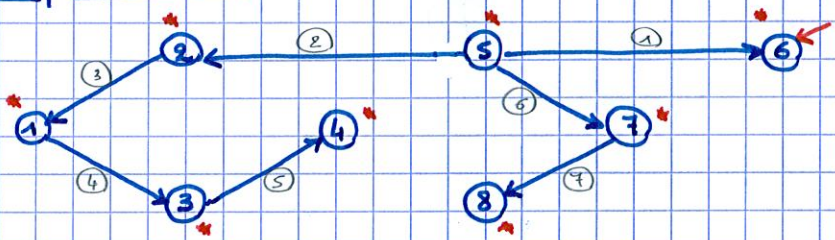
(a) Parcours en profondeur de G.

→ A partir de 1 : (en choisissant l'ordre lexicographique)



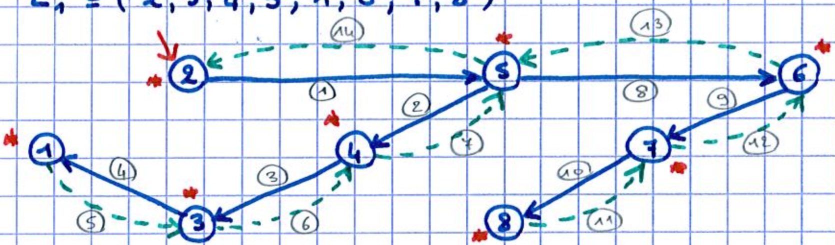
$L_1 = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8)$

→ A partir de 6 :



$L_6 = (6, 5, 2, 1, 3, 4, 7, 8)$

(b) $L_1 = (2, 5, 4, 3, 1, 6, 7, 8)$

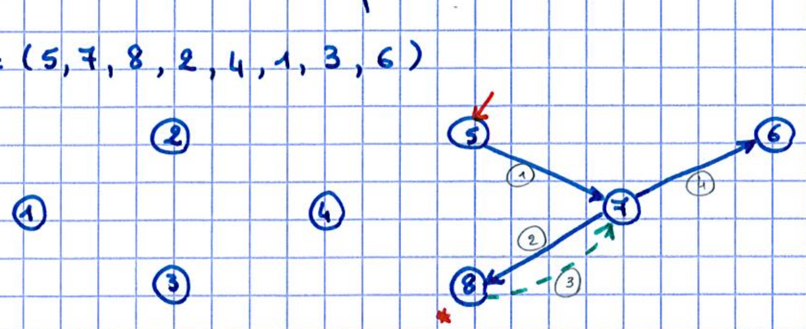


←-- ne pas faire apparaître (juste pour expliquer)

* = fermé

L_1 est bien un parcours en profondeur.
L'arborescence est unique.

$L_2 = (5, 7, 8, 2, 4, 1, 3, 6)$

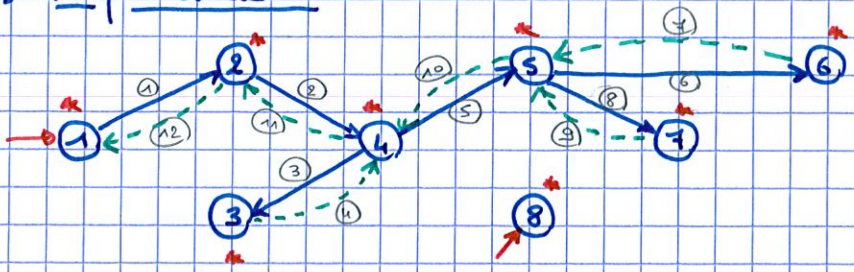


Pb: 6 doit être visité avant que 7 ne soit fermé et que l'on puisse remonter en 5 et visiter 2.

L_2 n'est pas un parcours en profondeur.

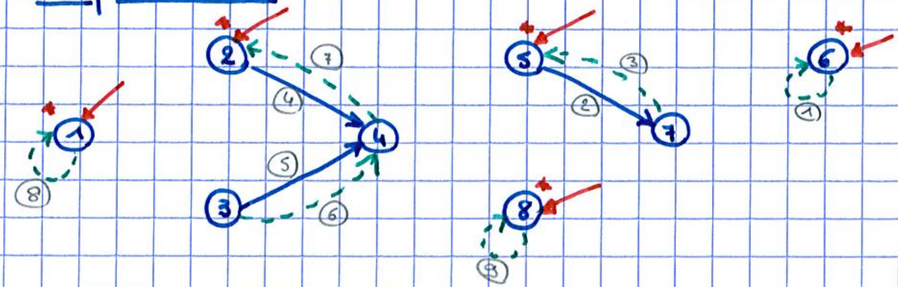
(c) Parcours en profondeur de G'

→ A partir de 1



$L = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8)$

→ A partir de 6

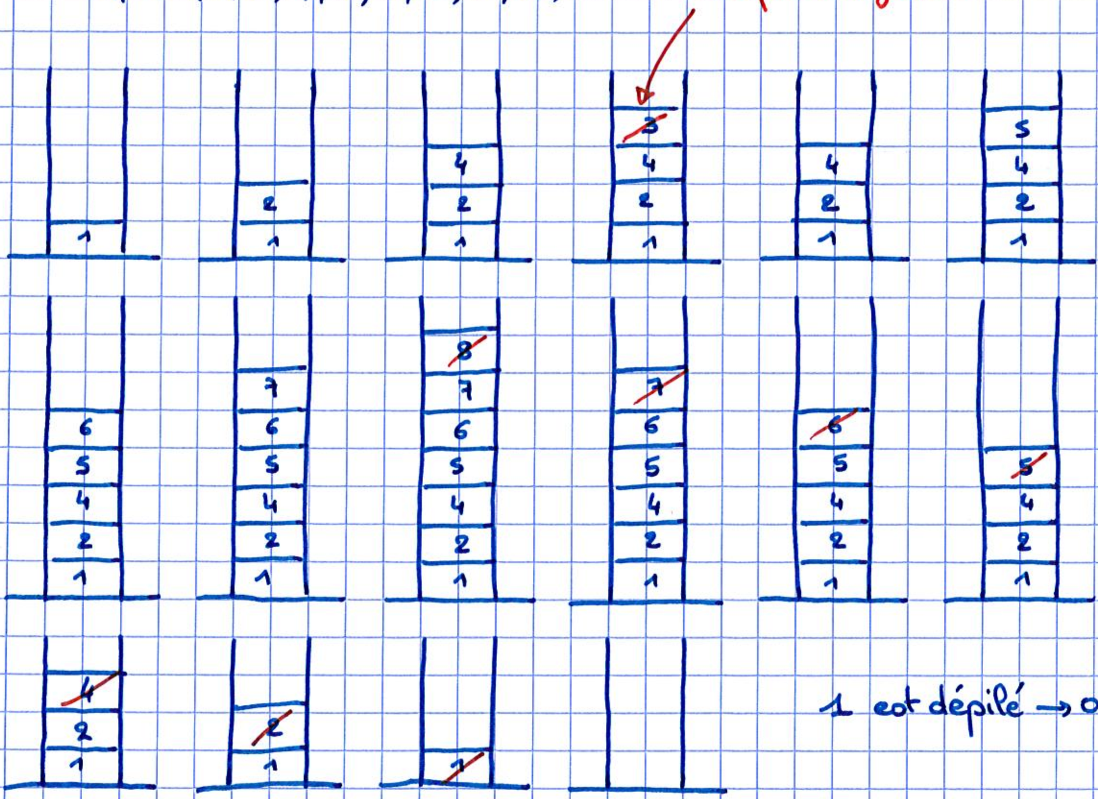


$L' = (6, 5, 7, 2, 4, 3, 1, 8)$

(d) Pile

$L_1 = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8)$

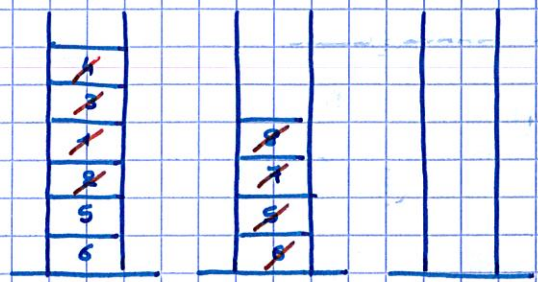
3 dépilé car fermé



1 est dépilé → ok

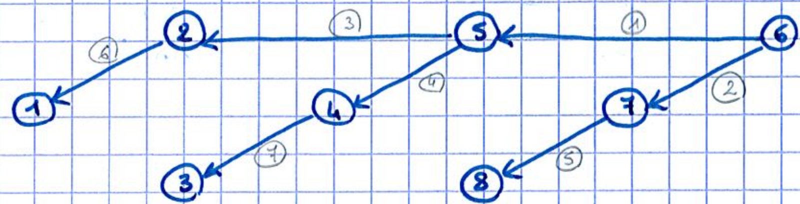
Exercice 2 (suite 2)

$L_6 = (6, 5, 2, 1, 3, 4, 7, 8)$



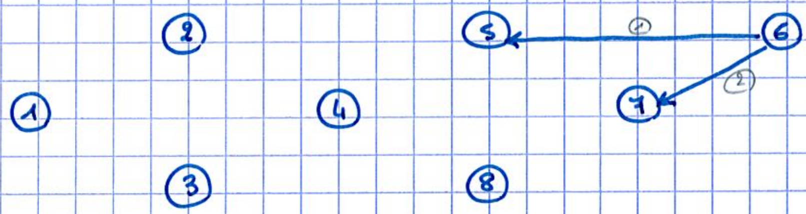
3°) Exemples de parcours en largeur

(a) Parcours en largeur de 6 (à partir de 6)



$L''_6 = (6, 5, 7, 2, 4, 8, 1, 3)$

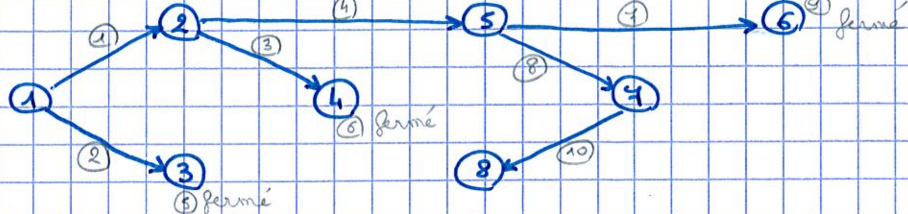
(b) $L_1 = (6, 5, 7, 8, 2, 4, 1, 3)$



L_1 n'est pas un parcours en largeur puisque 8 n'est pas adjacent au premier sommet ouvert (sommet 5) et celui-ci a pourtant des voisins non encore visités. Les voisins de 5 doivent être visités avant 8.

L_1 n'est pas un parcours en largeur.

$L_2 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$

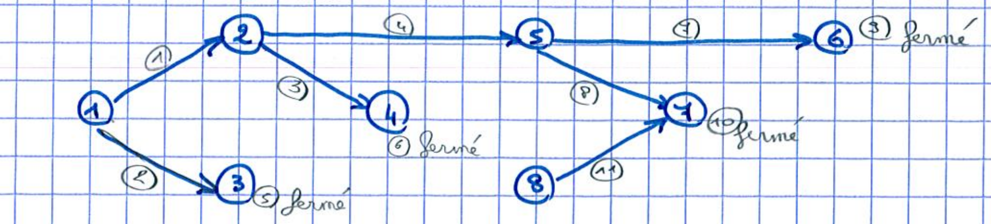


L_2 est bien un parcours en largeur.

Cette arborescence est unique puisque chaque arc (s_i, s_j) est tel que $s_i = \text{père}(s_j)$ où $\text{père}(s)$ est le père unique de s dans le parcours L_2.

(c) Parcours en largeur de G'

→ A partir de 1



$L'_1 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$

(d) File