

# Chapitre 1 : Introduction

## Initiation à la Recherche Opérationnelle

### Sup Galilée-CP2i S3

Sylvie Borne

2012-2013

# Plan

- 1 La Recherche Opérationnelle : Qu'est-ce que c'est ?
- 2 D'où vient la RO ?
- 3 La RO est partout...
- 4 La RO base de plusieurs disciplines
- 5 La RO et l'informatique
- 6 Quelques problèmes de RO
- 7 Des problèmes de RO un peu plus "sérieux"

## La RO : Qu'est-ce que c'est ?

- Difficile à définir... On trouve de nombreuses définitions contradictoires.
- Les définitions données par la ROADEF ([Société française de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision](#)).  
La ROADEF est la société de tous ceux qui élaborent ou utilisent des outils de RO ou d'aide à la décision.  
La ROADEF regroupe environ 300 membres individuels (industriels, chercheurs, enseignants-chercheurs et doctorants) ou institutionnels (laboratoires et services universitaires ou industriels).

## La RO : Qu'est-ce que c'est ?

- 1 La RO est la discipline des méthodes scientifiques utilisables pour élaborer de meilleures décisions. Elle permet de rationaliser, de simuler et d'optimiser l'architecture et le fonctionnement des systèmes de production ou d'organisation.
- 2 La RO apparaît comme une discipline carrefour associant les mathématiques, l'économie et l'informatique. Elle est par nature en prise directe sur l'industrie et joue un rôle-clé dans le maintien de la compétitivité.

## D'où vient la RO ?

Malgré l'apparente jeunesse de la RO, la démarche est ancienne. Pour peu qu'il ait un esprit scientifique, tout homme qui cherche à obtenir des résultats optimaux dans des conditions données fait de la RO sans le savoir !

- 1 Fin du XVIIIe, des mathématiciens comme Monge ou Fourier se sont intéressés à ces questions.
- 2 Le terme "RO" apparaît durant la seconde guerre mondiale : soutien scientifique aux choix stratégiques (formation de convois, localisation de radars,...)
- 3 Aujourd'hui, le champ d'applications est bien sûr beaucoup plus vaste.



## La RO est partout...

Les apports de la RO sont visibles tout autour de nous et dans les domaines les plus divers : de l'organisation des lignes de production de véhicules à la planification des missions spatiales, de l'optimisation de portefeuilles bancaires à l'aide au séquençage de l'ADN, voire dans la "vie de tous les jours" dans l'organisation du traitement des produits recyclables, l'organisation des ramassages scolaires ou la couverture satellite des téléphones portables...

La RO s'appuie sur

- 1 la **Théorie des Graphes** (König, 1936 puis Berge, 1958),
- 2 la **Programmation Linéaire** (Dantzig, 1949),
- 3 la **Programmation Dynamique** (Bellmann, 1954),
- 4 la **Théorie des Jeux** (Von Neumann et Morgenstern, 1944).



# La RO et l'informatique

L'essor véritable de la RO est dû à celui de l'informatique qui lui a apporté les moyens de calculs nécessaires à la résolution des problèmes réels.

Discipline jeune et en pleine expansion, elle est devenue indispensable aux professionnels pour mieux gérer notre monde complexe.



## Une coupe du monde de rugby

Le sélectionneur des lignes arrières doit choisir 7 joueurs pour les 7 postes (Pour information, un demi de mêlée, un demi d'ouverture, deux ailiers, deux centres et un arrière.). Nous appellerons  $P_1$ ,  $P_2$ , et ainsi de suite jusqu'à  $P_7$  les 7 postes. Il dispose de 7 joueurs, de  $J_1$  à  $J_7$ . Certains de ces joueurs sont polyvalents, d'autres non. C'est ainsi que  $J_1$  ne peut jouer qu'au poste  $P_1$ .  $J_2$  peut occuper sans problème les postes  $P_2$  ou  $P_3$ .  $J_3$  peut jouer aux postes  $P_3$ ,  $P_4$  ou  $P_5$ ,  $J_4$  au poste  $P_6$ ,  $J_5$  au poste  $P_5$ ,  $J_6$  aux postes  $P_5$  ou  $P_7$  et enfin  $J_7$  aux postes  $P_5$  ou  $P_6$ .

Est-il possible de composer l'équipe avec les 7 joueurs sélectionnés ?



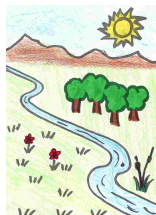
## Un appartement magique

Est-il possible de concevoir un appartement de quatre pièces sur un seul étage de façon que l'on puisse passer d'une pièce quelconque à n'importe quelle autre pièce sans passer par une pièce intermédiaire, quelle qu'elle soit, même un couloir ou un simple placard, qui sont ici considérés comme des pièces à part entière ?  
Qu'en est-il d'un appartement à 5 pièces ?

## Une rivière à traverser

Pauvre paysan au bord d'une rivière, il désire faire passer de l'autre côté un loup, une chèvre et un chou. Sa barque ne peut embarquer qu'un de ces trois passagers. Naturellement, il ne peut pas laisser seuls le loup et la chèvre, ni la chèvre et le chou.

Pourriez-vous l'aider à trouver une solution ?



## Un récipient à remplir

Soient un récipient de 8 litres, plein d'eau, et deux récipients vides de contenances respectives 5 et 3 litres. Comme, à chaque manipulation, on ne peut que remplir ou vider totalement un des récipients disponibles, **est-il possible de partager équitablement les 8 litres en 2 fois 4 litres ?**



## Des films à tourner

Plusieurs intermittents du spectacle sont convoqués pour participer au tournage de sept films, que l'on désigne par les lettres A, B, C, D, E, F et G. Ils doivent participer aux films selon les données du tableau ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
Figurant	Jean	Luc	Luc	Jean	Max	Léon	Jean
Figurante	Anne	Anne	Lio	Anne	Lio	Bea	Lio
Preneur de son	Louis	Louis	Jo	Théo	Jo	Louis	Louis
Cadreur	Greg	Marc	Greg	Marc	Stef	Stef	Stef
Scripte	Isa	Marie	Marie	Isa	Ada	Ada	Marie

Tous

doivent absolument participer aux films pour lesquels ils sont convoqués. Une journée de tournage coûtant très cher, il faut si possible tourner plusieurs films en même temps et en un minimum de jours.

Quels films pourra-t-on tourner en même temps (en parallèle) pour gagner du temps et de l'argent ?



## Un voyage à organiser

Un voyageur organise des circuits (au sens touristique du terme) parmi les châteaux de la Loire.

Six châteaux peuvent être visités, représentés ci-dessous par des points numérotés.

Les routes qu'en empruntent les cars correspondent aux segments tracés entre ces points et la distance entre les villes est notée sur chaque segment, en kilomètres.

Figure

## Un jeu à gagner...

Le piquet à cheval est un très vieux jeu français qui est une version simplifiée du jeu de NIM et dispose de nombreuses variantes. Avec un seul tas de 21 jetons, deux joueurs chacun à leur tour prennent 1 ou 2 jetons. Le joueur qui ramasse le dernier jeton a gagné.

- 1 Combien de jetons doit prendre le premier joueur pour avoir une chance de gagner ?
- 2 Que se passe-t-il si maintenant celui qui ramasse le dernier jeton a perdu ?



## Problème d'affectation

- Une fabrique M a 4 machines et 4 tâches à compléter.
- Chaque machine doit lui voir assigner une tâche. Le temps de mise en oeuvre est donné par la table suivante :

	T1	T2	T3	T4
Machine 1	14	5	8	7
Machine 2	2	12	6	5
Machine 3	7	8	3	9
Machine 4	2	4	6	10

- La fabrique veut minimiser le temps total de mise en oeuvre.

Comment l'aider ?





## Problème de transport

Soit un série de villes alimentées en électricité par des centrales.  
 La situation est résumée par la table suivante :

	Cité 1	Cité 2	Cité 3	Cité 4	Puissance fournie (GWh)
Centrale 1	8	6	10	9	35
Centrale 2	9	12	13	7	50
Centrale 3	14	9	16	5	40
Demande (GWh)	45	20	30	30	

Ici, les coût au milieu de la matrice sont ceux de production pour 1GWh.

Comment alimenter toutes les villes tout en minimisant les coût ?

## problèmes d'inventaire

L'entreprise BellesVoiles fabrique des voiles pour bateaux. Elle a son carnet de commande pour les 4 prochains trimestres :

	1er	2eme	3eme	4eme
commandes	40	60	75	25

- BV doit fournir à temps. Elle possède un inventaire de 10 voiles et doit décider de combien de voiles produire par trimestre au début de chacun d'entre eux. On suppose que seules les voiles produites durant un trimestre peuvent être vendues.
- Chaque trimestre, BV peut produire jusqu'à 40 voiles à un coût de 400 euros par voile, ou bien, en payant ses employés des heures supplémentaires, jusqu'à 40 voiles à un coût de 450 chacune.
- A la fin de chaque trimestre, un coût d'inventaire de 20 euros doit être appliqué à chaque invendu.
- On veut minimiser les coûts et produire à temps.

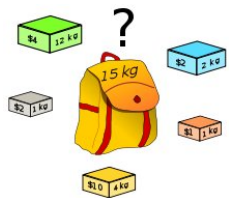
Quelle politique de production doit être mise en place ?

## Le problème du sac à dos

Wikipédia :

En algorithmique, le problème du sac à dos, noté également KP (en anglais, Knapsack Problem) est un problème d'optimisation combinatoire. Il modélise une situation analogue au remplissage d'un sac à dos, ne pouvant supporter plus d'un certain poids, avec tout ou partie d'un ensemble donné d'objets ayant chacun un poids et une valeur. Les objets mis dans le sac à dos doivent maximiser la valeur totale, sans dépasser le poids maximum.

[http://interstices.info/jcms/c\\_19213/le-probleme-du-sac-a-dos](http://interstices.info/jcms/c_19213/le-probleme-du-sac-a-dos)



## Wikipédia :

L'énoncé du problème du voyageur de commerce est le suivant : étant donné  $n$  points (des « villes ») et les distances séparant chaque point, trouver un chemin de longueur totale minimale qui passe exactement une fois par chaque point et revienne au point de départ.

[http://interstices.info/jcms/c\\_37686/  
le-probleme-du-voyageur-de-commerce](http://interstices.info/jcms/c_37686/le-probleme-du-voyageur-de-commerce)



## Deux autres problèmes sur Interstices

Biathlon-relais

[http://interstices.info/jcms/n\\_51640/biathlon-relais](http://interstices.info/jcms/n_51640/biathlon-relais)

Jeux de Nim

[http://interstices.info/jcms/c\\_33343/jeux-de-nim](http://interstices.info/jcms/c_33343/jeux-de-nim)

