	Compte-rendu de	

Projet ANR-12-JS02-011-01

QuasiCool

Programme SIMI2 2012

1 Identification 2
2 Résumé consolidé public 2
2.1 Instructions pour les résumés consolidés publics 2
2.2 Résumé consolidé public en français 4
2.3 Résumé consolidé public en anglais 5
3 Mémoire scientifique 6
3.1 Résumé du mémoire 7
3.2 Enjeux et problématique, état de l'art 7
3.3 Approche scientifique et technique 11
3.4 Résultats obtenus 11
3.5 Exploitation des résultats 11
3.6 Discussion 12
4 Liste des livrables 12
5 Impact du projet 12
5.1 Indicateurs d'impact 12
5.2 Liste des publications et communications 14
5.3 Liste des éléments de valorisation 16
5.4 Bilan et suivi des personnels recrutés en CDD (hors stagiaires) 17

Ce document est à remplir par le coordinateur en collaboration avec les partenaires du projet. L'ensemble des partenaires doit avoir une copie de la version transmise à l'ANR.

Ce modèle doit être utilisé uniquement pour le compte-rendu de fin de projet.

A Identification

Acronyme du projet	QuasiCool
Titre du projet	Refroidissement des Quasicristaux : des pavages aléatoires aux pavages apériodiques
Coordinateur du projet (société/ organisme)	Thomas Fernique, LIPN, CNRS & Univ. Paris 13
Période du projet (date de début – date de fin)	05/01/2013 04/01/2018
Site web du projet, le cas échéant	http://lipn.univ-paris13.fr/~fernique/quasicool/

Rédacteur de ce rapport	
Civilité, prénom, nom	M. Thomas Fernique
Téléphone	01 49 40 36 86
Adresse électronique	fernique@lipn.fr
Date de rédaction	2018

Si différent du rédacteur, indiquer un contact pour le projet	
Civilité, prénom, nom	
Téléphone	
Adresse électronique	

Liste des partenaires présents à la fin du projet (société/organisme et responsable scientifique)	

B Résumé consolidé public

Ce résumé est destiné à être diffusé auprès d'un large public pour promouvoir les résultats du projet, il ne fera donc pas mention de résultats confidentiels et utilisera un vocabulaire adapté mais n'excluant pas les termes techniques. Il en sera fourni une version française et une version en anglais. Il est nécessaire de respecter les instructions ci-dessous.

C Instructions pour les résumés consolidés publics

Les résumés publics en français et en anglais doivent être structurés de la façon suivante.

Titre d'accroche du projet *(environ 80 caractères espaces compris)*

Titre d'accroche, si possible percutant et concis, qui résume et explicite votre projet selon une logique grand public : il n'est pas nécessaire de présenter exhaustivement le projet mais il faut plutôt s'appuyer sur son aspect le plus marquant.

Les deux premiers paragraphes sont précédés d'un titre spécifique au projet rédigé par vos soins.

Titre 1 : situe l'objectif général du projet et sa problématique *(150 caractères max espaces compris)*
Paragraphe 1 : *(environ 1200 caractères espaces compris)*
Le paragraphe 1 précise les enjeux et objectifs du projet : indiquez le contexte, l'objectif général, les problèmes traités, les solutions recherchées, les perspectives et les retombées au niveau technique ou/et sociétal

Titre 2 : précise les méthodes ou technologies utilisées *(150 caractères max espaces compris)*
Paragraphe 2 : *(environ 1200 caractères espaces compris)*
Le paragraphe 2 indique comment les résultats attendus sont obtenus grâce à certaines méthodes ou/et technologies. Les technologies utilisées ou/et les méthodes permettant de surmonter les verrous sont explicitées (il faut éviter le jargon scientifique, les acronymes ou les abréviations).

Résultats majeurs du projet *(environ 600 caractères espaces compris)*
Faits marquants diffusables en direction du grand public, expliciter les applications ou/et les usages rendus possibles, quelles sont les pistes de recherche ou/et de développement originales, éventuellement non prévues au départ.
Préciser aussi toute autre retombée= partenariats internationaux, nouveaux débouchés, nouveaux contrats, start-up, synergies de recherche, pôles de compétitivités, etc.

Production scientifique et brevets depuis le début du projet *(environ 500 caractères espaces compris)*
Ne pas mettre une simple liste mais faire quelques commentaires. Vous pouvez aussi indiquer les actions de normalisation

Illustration
Une illustration avec un schéma, graphique ou photo et une brève légende. L'illustration doit être clairement lisible à une taille d'environ 6cm de large et 5cm de hauteur. Prévoir une résolution suffisante pour l'impression. Envoyer seulement des illustrations dont vous détenez les droits.

Informations factuelles
Rédiger une phrase précisant le type de projet (recherche industrielle, recherche fondamentale, développement expérimental, exploratoire, innovation, etc.), le coordonnateur, les partenaires, la date de démarrage effectif, la durée du projet, l'aide ANR et le coût global du projet, par exemple « Le projet XXX est un projet de recherche fondamentale coordonné par xxx. Il associe aussi xxx, ainsi que des laboratoires xxx et xxx). Le projet a

commencé en juin 2006 et a duré 36 mois. Il a bénéficié d'une aide ANR de xxx € pour un coût global de l'ordre de xxx € »

D Résumé consolidé public en français

Refroidissement des quasicristaux : des pavages aléatoires aux pavages apériodiques

Ce projet regroupe des chercheurs en combinatoire, théorie des probabilités et des systèmes dynamiques. Le but de ce projet est de comprendre d'un point de vue théorique, plus précisément en termes de pavages, la structure et la croissance des quasicristaux. Les quasicristaux sont des matériaux apériodiques mais ordonnés, découverts en 1982 par Dan Shechtman (ce qui lui a valu le prix Nobel de chimie en 2011). Ils sont aujourd'hui généralement obtenus (comme les cristaux) par refroidissement lent d'un alliage en fusion. D'un point de vue théorique, le problème est de comprendre quelles structures quasicristallines peuvent être obtenues, de sorte à obtenir une classification analogue à celle de Bravais-Fedorov pour les structures cristallines.

Pavages et flips

Les pavages sont des recouvrements d'un espace par des compacts disjoints appelés tuiles. Au début des années 60, on découvrit que certains pavages apériodiques du plan pouvaient être complètement caractérisés uniquement pas la façon dont leurs tuiles pouvaient s'agencer, c'est-à-dire par des contraintes locales. Le lien avec les quasicristaux fut rapidement fait après la découverte de ces derniers, les contraintes locales modélisant les interactions énergétiques à courte portée. Cependant, l'existence de pavages apériodiques ne garantit pas que ceux-ci puissent être facilement obtenus. Ceci conduisit à étudier un modèle des quasicristaux alternatif : les pavages aléatoires. Les limites de ce modèle sont cependant apparues récemment, car certains quasicristaux ressemblent beaucoup plus à des pavages apériodiques qu'à des pavages aléatoires.
C'est ici que notre projet intervient. Nous modélisons le refroidissement des quasicristaux par un processus où des transformations locales - des flips - sont faites aléatoirement sur un pavage initial aléatoire, un flip étant d'autant plus probable que, localement, le pavage obtenu semble plus proche d'un pavage apériodique.
Déterminer la vitesse de convergence - et donc le réalisme - de ce processus fut un objectif majeur de notre projet. Les deux autres objectifs principaux y sont fortement liés : classifier les pavages apériodiques (la "cible" de notre processus) et comprendre les propriétés typiques des pavages aléatoires (le point de départ de notre processus).

Résultats majeurs du projet
Un des résultats principaux est une meilleure compréhension de la notion d'ordre apériodique. En particulier, des résultats très simples à expliquer (bien que difficiles à démontrer) ont été obtenus, ce qui permet de diffuser assez facilement cette notion hors d'un cercle de spécialistes (au travers de plusieurs conférences généralistes, entre autres auprès de non scientifiques). Une classification presque complète des structures possibles dans le cas particulier mais très riches des pavages dits "par coupe et projection" a également été élaborée dans une série d'articles. Citons aussi quelques résultats difficiles sur l'entropie des pavages (nombres de configurations possibles), des simulations et conjectures sur les temps de mélange (temps pour randomiser) dans divers espaces

de pavages (l'analyse des temps de mélange s'est avérée un problème très riche et extrêment difficile) et des premiers résultats d'auto-assemblage de pavages apériodiques.
A côté de ces résultats formels, le soutien de l'ANR a permis l'organisation de plus de 6 semaines de conférences et écoles au total, avec une interdisciplinarité forte qui a permis de nouer des contacts avec des physiciens ou chimistes qui y ont participé.

Production scientifique et brevets depuis le début du projet
19 publications dans des revues internationales de premier plan et autant de publications dans des actes de conférences internationales. La liste complète peut être trouvée ici : https://lipn.univ-paris13.fr/~fernique/quasicool.html

Illustration
photo gosses qui font des puzzles ?

Informations factuelles
C'est un projet de recherche fondamentale démarré en janvier 2013 pour une durée de cinq ans et un soutien ANR de 230376 euros. Coordonné par Thomas Fernique (LIPN), le groupe comporte en tout 9 chercheurs de différentes laboratoires (LIPN à Paris, LIFO à Orléans, LATP à Marseille, IBISC à Evry, IXXI à Lyon)

E Résumé consolidé public en anglais

Quasicrystals cooling: from random tilings to aperiodic tilings

This project brings together researchers in combinatorics, probability theory and dynamic systems. The purpose of this project is to understand from a theoretical point of view, more precisely in terms of tilings, the structure and growth of quasicrystals. The quasicrystals are aperiodic but orderly materials, discovered in 1982 by Dan Shechtman (which earned him the Nobel Prize in Chemistry in 2011). They are now generally obtained (like crystals) by slow cooling of a molten alloy. From a theoretical point of view, the problem is to understand what quasicrystalline structures can be obtained, so as to obtain a classification similar to that of Bravais-Fedorov for crystalline structures.

Tilings and flips

Tilings are coverings of a space by disjoint compacts called tiles. In the early 1960s, it was discovered that some aperiodic tilings of the plane could be completely characterized only by the way their tiles could fit, that is to say by local constraints. The link with the quasicrystals was quickly made after the discovery of the latter, local constraints modeling short-range energy interactions. However, the existence of aperiodic tilings does not guarantee that these can be easily obtained. This led to the study of a model of alternative quasicrystals: random tilings. The limits of this model have recently appeared, however, since some quasicrystals are much more like aperiodic tilings than random tilings.

This is where our project comes in. We model the cooling of quasicrystals by a process where local transformations - flips - are made randomly on a random initial tiling, a flip being all the more likely that, locally, the tiling obtained seems closer to an aperiodic tiling. Determining the speed of convergence - and therefore the realism - of this process was a major objective of our project. The other two main objectives are strongly linked: classifying aperiodic tilings (the "target" of our process) and understanding the typical properties of random tilings (the starting point of our process).

Major results of the project

One of the main results is a better understanding of the notion of aperiodic order. In particular, results that are very simple to explain (although difficult to demonstrate) have been obtained, which makes it possible to disseminate this concept quite easily outside a circle of specialists (through several general conferences, including among non-scientists). An almost complete classification of the possible structures in the particular but very rich case of so-called "cut and projection" tilings has also been elaborated in a series of articles. Let's also mention some difficult results on the entropy of the tessellations (number of possible configurations), simulations and conjectures on the mixing times (time to randomize) in various tiling spaces (the analysis of the mixing times proved to be a very rich and extremely difficult problem) and first results of self-assembly of aperiodic tilings.
In addition to these formal results, the support of the ANR allowed the organization of more than 6 weeks of conferences and schools in total, with a strong interdisciplinarity that made it possible to establish contacts with physicists or chemists who participated .

Scientific production and patents since the beginning of the project
19 publications in leading international journals and as many publications in international conference proceedings. The complete list can be found here: https://lipn.univ-paris13.fr/~fernique/quasicool.html

Factual information
This is a basic research project started in January 2013 for a period of five years and an ANR support of 230376 euros. Coordinated by Thomas Fernique (LIPN), the group comprises a total of 9 researchers from different laboratories (LIPN in Paris, LIFO in Orleans, LATP in Marseille, IBISC in Evry, IXXI in Lyon)

F Mémoire scientifique

***Maximum 5 pages**. On donne ci-dessous des indications sur le contenu possible du mémoire. Ce mémoire peut être accompagné de rapports annexes plus détaillés.*

Le mémoire scientifique couvre la totalité de la durée du projet. Il doit présenter une synthèse auto-suffisante rappelant les objectifs, le travail réalisé et les résultats obtenus mis en perspective avec les attentes initiales et l'état de l'art. C'est un document d'un format semblable à celui des articles scientifiques ou des monographies. Il

doit refléter le caractère collectif de l'effort fait par les partenaires au cours du projet. Le coordinateur prépare ce rapport sur la base des contributions de tous les partenaires. Une version préliminaire en est soumise à l'ANR pour la revue de fin de projet.

Un mémoire scientifique signalé comme confidentiel ne sera pas diffusé. Justifier brièvement la raison de la confidentialité demandée. Les mémoires non confidentiels seront susceptibles d'être diffusés par l'ANR, notamment via les archives ouvertes http://hal.archives-ouvertes.fr.

Mémoire scientifique confidentiel : oui / non

F.1. Résumé du mémoire

Le titre complet du projet QuasiCool est "Refroidissement des quasicristaux : des pavages aléatoires aux pavages apériodiques". C'est un projet de quatre ans (prolongé en cinq), débutant en janvier 2013, regroupant des chercheurs en combinatoire, théorie des probabilités et des systèmes dynamiques. Le but de ce projet est de comprendre d'un point de vue théorique, plus précisément en termes de pavages, la structure et la croissance des quasicristaux.

Les quasicristaux sont des matériaux apériodiques mais ordonnés, découverts en 1982 par Dan Shechtman (ce qui lui a valu le prix Nobel de chimie en 2011). Ils sont aujourd'hui généralement obtenus (comme les cristaux) par refroidissement lent d'un alliage en fusion. D'un point de vue théorique, le problème est de comprendre quelles structures quasicristallines peuvent être obtenues, de sorte à obtenir une classification analogue à celle de Bravais-Fedorov pour les structures cristallines.

Les pavages sont des recouvrements d'un espace par des compacts disjoints appelés tuiles. Au début des années 60, on découvrit que certains pavages apériodiques du plan pouvaient être complètement caractérisés uniquement pas la façon dont leurs tuiles pouvaient s'agencer, c'est-à-dire par des contraintes locales. Le lien avec les quasicristaux fut rapidement fait après la découverte de ces derniers, les contraintes locales modélisant les interactions énergétiques à courte portée. Cependant, l'existence de pavages apériodiques ne garantit pas que ceux-ci puissent être facilement obtenus. Ceci conduisit à étudier un modèle des quasicristaux alternatif : les pavages aléatoires. Les limites de ce modèle sont cependant apparues récemment, car certains quasicristaux ressemblent beaucoup plus à des pavages apériodiques qu'à des pavages aléatoires.

C'est ici que notre projet intervient. Nous modélisons le refroidissement des quasicristaux par un processus où des transformations locales - des flips - sont faites aléatoirement sur un pavage initial aléatoire, un flip étant d'autant plus probable que, localement, le pavage obtenu semble plus proche d'un pavage apériodique. Déterminer la vitesse de convergence - et donc le réalisme - de ce processus est un objectif majeur de notre projet. Les deux autres objectifs principaux y sont fortement liés : classifier les pavages apériodiques (la "cible" de notre processus) est comprendre les propriétés typiques des pavages aléatoires (le point de départ de notre processus).

F.2. Enjeux et problématique, état de l'art

The birth of aperiodic tilings

In the early 60's, the logician Hao Wang was interested in the so-called domino problem: given a finite set of unit squares with colored edges (the tiles), can we decide whether these tiles can be used (each tile can be used as many time as needed) to tile the plane, i.e., to cover it without overlap with the local constraints that adjacent edges have matching colors being satisfied. His idea was to try to tile larger and larger finite squares, until either a non-tileable square is found, or a square whose left and right (resp. top and bottom) edges match, i.e., which can be used to tile periodically the plane. But what if there exists an aperiodic tile set, that is, a tile set which does tile the plane, but only in a non-periodic fashion? Wang conjectured that there is no such tile set, but one of its student, Robert Berger, found one in 1964 and used it to prove the undecidability of the domino problem by reduction to the Halting problem, with Turing machine computations being simulated by tiles. The terminology is not firmly fixed, but let us here say that a non-periodic tiling is aperiodic if there is some finite tile set and finitely many local constraints, so that only tilings with the same finite patterns can be formed (in particular, this forbids periodic tiling). Aperiodicity is thus stronger than non-periodicity (indeed strictly stronger, as easily shown by a counting argument). The aperiodic tile set found by Berger is large (20426 tiles) but was sharply reduced in 1971 by Arthur Robinson. A few number of other small aperiodic tile sets were later found – with maybe the most celebrated one being due to Roger Penrose.

Hierarchy and computation

The first aperiodic tilings were all hierarchical, that is, invariant by a transformation – usually called substitution – which inflates each tile and replaces it by a set of original size tiles. Hierarchy indeed forbids periodicity: a translation which would leave invariant the tiling should do so at any level of the hierarchy, and could therefore not be finite. This led to ask whether aperiodicity is a general propery of hierarchical tilings. The answer turned out to be generally positive, yielding infinite families of aperiodic tilings. The hierarchical structure of aperiodic tilings was also used to embed Turing machine computations – the key ingredient of the proof of the undecidability of the domino problem. This led to study tilings as a model of computation, which yielded surprising and powerful results. In this context, the goal is to understand the expressive power of aperiodic tile sets. In particular, the size of these sets mainly remains an issue of secondary importance.

The birth of quasicrystals

The scientific interest in aperiodic tilings – which were for a long time considered as recreational mathematics – was greatly renewed by the outstanding discovering of quasicrystals in 1982. Quasicrystals (the term was proposed in 1984 and officially recognized only in 1992) share with crystals an ordered structure – revealed by sharp peaks in their X-ray diffraction diagram – but differ by their non-periodicity – revealed by so-called "forbidden symmetries" in their X-ray diffraction diagram. The connection with aperiodic tilings was quickly done, with the tiles modeling particularly stable cluster of atoms, and the finite range energetic interactions between atoms being modeled by local constraints on tiles. In this context, the size of aperiodic tile sets matters. Indeed, the larger a tile set is, the less realistic are the stable clusters of atoms which it aims to model. Thus, rather than finding the largest classes of aperiodic tilings, the issue now becomes finding classes of simple aperiodic tilings (that is, tilings by small aperiodic tile sets). In this way, the most promising results have been obtained for so-called $n \to d$ tilings.

Simple aperiodic $n \to d$ tilings

Let n > d > 0 and fix n pairwise non-colinear d-dimensional vectors v1 , . . . , vd. An n → d tiling is a tiling of R^d whose tiles are parallelotopes generated by any d of the v'i 's. For example, the Penrose tiling is a 5 → 2 tiling. It is convenient to provide an alternative viewpoint on n → d tilings. Let e1 , . . . , en be the canonical basis of R^n . Given an n → d tiling, let us arbitrarily map one of its vertex to 0 ∈ R^n, and then each tile generated by vi1 , . . . , vid onto the d-dimensional face of a unit hypercube of Z^n generated by ei1 , . . . , eid , with two tiles adjacent along an edge vi being mapped onto two faces adjacent along an edge ei . This defines (up to the choice of the vertex mapped to 0 , i.e., up to a translation) the lift of the tiling. This allows us to see n → d tilings as digital d-dimensional manifolds in R^n . Furthermore, if there exist a d-dimensional space E ⊂R^n and a real w ≥ 1 such that the lift of an n → d tiling entirely lies into the "slice" E + [0, w]^n , then this tiling is called a plane tiling of slope E and width w. Plane n → d tilings can be seen as digital d-dimensional spaces. For example, De Bruijn has proven in 1981 that the Penrose tiling is a unit width plane 5 → 2 tiling. Unit width plane tilings are also called cut and project tilings. We can now rephrase our question in this formalism: which plane tilings are aperiodic? More precisely: can we find an algebraic characterization of the slopes of aperiodic plane n → d tilings? The first general results in this way (beyond particular cases as the Penrose tiling or the Ammann-Beenker tiling) were obtained in 1988 by Leonid Levitov. He provided a necessary condition on a two- or three-dimensional slope E for the existence of a finite collection of patterns, said to be forbidden, so that the only tilings where none of these patterns appears are the unit width plane tilings of slope E (that is, the tilings with the same finite patterns as the unit witdh plane tiling of slope E). He also provided a sufficient condition on E for the existence of forbidden patterns which allow only bounded width plane tilings of slope E. Let us stress that forbidden patterns are very simple local constraints (there is no edge colors propagated through the tiling). These results were then extended by several researchers, but no complete algebraic characterization has yet emerged.

Growing aperiodic tilings

Beyond the problem of the structure of quasicrystals, there is the problem of their growth. The most natural way to proceed is to add one tile at time on random sites of the boundary of the grown patch, so that no local constraint is violated. However, the non-determinism of such a growth is inherent in the case of aperiodic tilings. Joshua Socolar proposed a very interesting modified process for the Penrose tilings, where each tile is added on a site either with probability one if this is the only tile which can be added on this site, or with a small probability ε > 0 otherwise. He showed that the smaller ε is, the larger one gets a patch of a Penrose tiling before an error occurs. But the growth rate increases exponentially in 1/ε! Actually, it was shown that any aperiodic tile set can form deceptions, that are arbitrarily big patches which do not violate the local constraints but cannot be extended to tilings of the whole plane. In other word, such a process seems to inherently create errors which are only later discovered. As dire as that result may sound, some hope may be in the recently flourishing research on self-assembly, where a temperature parameter allows some control on the order tiles are added. The application of self-assembly to aperiodic tilings remains however a largely uncharted research field.

The random tiling alternative

The first quasicrystals were obtained by very rapid cooling of a melt (quenching). They thus most likely have a structure stable at high temperature which would had be "frozen" by the quenching. Now, a general thermodynamic principle states that stability of a system is governed by the minimization of its free energy F = E −T S, where E is its interaction energy, S its entropy and T the temperature. At low temperature, this corresponds to minimize the interaction energy, that is, in terms of tilings, to satisfy the local constraints – this is

the aperiodic tiling approach discussed above. But at high temperature, this corresponds to maximize the entropy. The (configurational) entropy of a tiling is usually defined as the logarithm of the number of different tilings that can be obtained by a rearrangement of its tiles (one gets the entropy per tile by dividing by the number of tiles in the tiling). This suggests an alternative approach to explain the structure of quasicrystals, which had been proposed soon after the discovery of quasicrystals: do the tilings of maximal entropy have a quasicrystalline structure? Note that tilings are here always considered up to rearrangements of tiles – one speaks about random tiling ensemble. Hence, the above question shall reads: does a tiling chosen uniformly at random in a random tiling ensemble of maximal entropy has with high probability a quasicrystalline structure? Or, in other words, do typical tilings of maximal entropy model quasicrystals?
Actually, the question of how looks like a typical tiling is prior to the discovery of quasicrystals. One can namely cite the work of Kasteleyn in 1961, who computed the entropy of some particular tilings. One of the most celebrated results is the artic circle theorem, proven in 1995 by James Propp and collaborators. This result has been nicely generalized by Andreï Okounkov and collaborators – it is actually one of the main results which earned him the 2006 Fields medal. The situation is even more complicated beyond the $3 \to 2$ case, and most of the known results (in particular due to Nicolas Destainville and collaborators) are numerical. Nevertheless, these results strongly suggest that typical tilings could have almost quasicristalline structure, with large-scale order being more or less preserved. In particular, X-ray diffraction does not make a big difference between random and aperiodic tilings. Random tilings thus seem explaining the structure of quasicrystals almost as good as aperiodic tilings do.
Now, what about the growth problem? The question is here somewhat different: instead of growing a particular aperiodic tiling, we "simply" need to grow one of the many, many tilings in a random tiling ensemble of maximal entropy. Numerous simulations suggest that this could be easier, although no rigorous result has yet been obtained.

Random or aperiodic tilings?
Recent progress of the experimental research, though, challenged the random tiling model. While first quasicrystals were obtained by quenching, the actual ones are now obtained by slow cooling (Bridgman–Stockbarger technique). Moreover, the development of high-resolution transmission electron microscopy (HRTEM), which yields a much deeper insight than X-Ray diffraction into quasicrystals, showed that slow cooling can produce much better quasicrystals than fast cooling. The figure is thus a bit schizophrenic. On the one hand, random tilings seem better modeling the growth of quasicrystals and their structure at high temperature. On the other hand, aperiodic tilings seem better modeling the quasicrystal structure at low temperature.

StochasFlip
The idea is to model the slow cooling of quasicrystals by stochastic local transformations on an initial random tiling, with the more violated local constraints being corrected by a transformation, the higher is the probability of this transformation to be performed. In other words, starting at high temperature from an entropically-stabilized tiling (a random tiling), energetically-driven local transformations are stochastically performed, until an energetically-stabilized tiling is obtained (an aperiodic tiling). This idea was exposed to the sixth International Conference on Aperiodic Crystals, organized under the auspices of the Commission on Aperiodic Crystals of the International Union of Crystallography. More precisely, the initial random tiling is a finite patch of a $n \to d$ tiling, the local transformations are the so-called flips (see below), and the final "aperiodic" tiling is a finite patch

of an aperiodic $n \to d$ plane tiling. The cooling process is thus a discrete time Markov chain on a finite space, and our main concern are asymptotics of its convergence rate when the space size goes to infinity. The cooling has been proven to be rapid when the Markov chain is time-homogeneous in the most simple cases ($2 \to 1$ and $3 \to 2$ tilings). Simulations for $4 \to 2$ and $5 \to 2$ tilings show a still rapid cooling, but no rigorous result have yet been obtained in these much more difficult cases. The case of $n \to d$ tilings for larger n or d remains largely unexplored.

Flip spaces
Whenever a vertex x of a $n \to d$ tiling belongs to exactly $d + 1$ tiles, one gets a new tiling of the same region by translating each of these tiles by the vector which belongs to the d other tiles. This local transformation on $n \to d$ tilings is the above mentioned flip; it generalizes a notion introduced by William Thurston in the particular case of domino tilings. Flips naturally endow each random tiling ensemble with a structure of graph: tilings are vertices, with each tiling being connected to the tilings which can be obtained by performing a flip. We call flip space this graph. Some properties of its structure are already known. It is connected for $n \to 2$ tilings, but not always for $n \to d$ tilings with $d \geq 3$. It has a structure of distributive lattice for $3 \to 2$ tilings, of graded poset for $4 \to 2$ tilings. The comprehension of this structure is crucial in order to study the convergence rate of the above defined cooling process, and there is still much work to be done for this purpose. Let us mention, to conclude, that in the case of a process where flips are equiprobable, a bound on the convergence rate (or mixing time) has recently been obtained. This corresponds however rather to the evolution of the random tiling ensemble at high temperature than to the cooling we are interested in.

F.3. Approche scientifique et technique

Recherche fondamentale classique : réflexion individuelle ou en petits groupes, réunions régulières grâce au soutien de l'ANR, participations à des conférences toujours grâce au soutien de l'ANR, publications dans des revues des résultats marquants.

F.4. Résultats obtenus

Les avancées principales ont porté sur la tâche «Aperiodic tilings». Des simulations sur la tâche «Random Tilings» ont permis de dégager des conjectures, et un autre projet ANR sur cette tâche plus particulière a été accepté en 2018 (dont le porteur de ce projet fait partie). La tâche «Cooling» s'est avérée beaucoupp lus ardue que prévue. Il est généralement en fait très difficile de donner une borne polynomiale sur des processus dont la convergence expérimentale est effectivement polynomiale, même sans se soucier du degré précis.

F.5. Exploitation des résultats

Des collaborations avec des physiciens et chimistes ont été initiés pour exploiter les résultats obtenus. Des projets dans cette direction ont été soumis.

F.6. Discussion

Il reste quantité d'objectifs proposés dans le projet à atteindre. Comme souvent dans un projet de sciences fondamentale, il est à peu près impossible de prévoir véritablement à l'avance, comme le demande la gestion par projet, la direction qui va être prise par les recherches. Les pistes suggérées dans le projet initial est dans les résultats obtenus durant ces cinq ans peuvent sans doute être suivies encore plusieurs années...

G Liste des livrables

Quand le projet en comporte, reproduire ici le tableau des livrables fourni au début du projet. Mentionner l'ensemble des livrables, y compris les éventuels livrables abandonnés, et ceux non prévus dans la liste initiale.

Date de livraison	**N°**	**Titre**	**Nature** (rapport, logiciel, prototype, données, …)	**Partenaires** (souligner le responsable)	**Commentaires**
	1				

H Impact du projet

Ce rapport rassemble des éléments nécessaires au bilan du projet et plus globalement permettant d'apprécier l'impact du programme à différents niveaux.

H.1. Indicateurs d'impact

Nombre de publications et de communications (à détailler en)

Comptabiliser séparément les actions monopartenaires, impliquant un seul partenaire, et les actions multipartenaires résultant d'un travail en commun.

Attention *: éviter une inflation artificielle des publications, mentionner uniquement celles qui résultent directement du projet (postérieures à son démarrage, et qui citent le soutien de l'ANR et la référence du projet).*

		Publications multipartenaires	Publications monopartenaires
International	**Revues à comité de lecture**		18
	Ouvrages ou chapitres d'ouvrage		1
	Communications (conférence)		12
France	**Revues à comité de lecture**		
	Ouvrages ou chapitres d'ouvrage		
	Communications (conférence)		
Actions de diffusion	**Articles vulgarisation**		2
	Conférences vulgarisation		5
	Autres		

Autres valorisations scientifiques (à détailler en)

Ce tableau dénombre et liste les brevets nationaux et internationaux, licences, et autres éléments de propriété intellectuelle consécutifs au projet, du savoir faire, des retombées diverses en précisant les partenariats éventuels. Voir en particulier celles annoncées dans l'annexe technique).

	Nombre, années et commentaires (valorisations avérées ou probables)
Brevets internationaux obtenus	
Brevet internationaux en cours d'obtention	
Brevets nationaux obtenus	
Brevet nationaux en cours d'obtention	
Licences d'exploitation (obtention / cession)	
Créations d'entreprises ou essaimage	
Nouveaux projets collaboratifs	
Colloques scientifiques	6 semaines au total de colloques internationaux organisés http://isfahan.sciencesconf.org/ http://oleron.sciencesconf.org/

Autres (préciser)	

H.2. Liste des publications et communications

Revues

- N. Bédaride and Th. Fernique, *The Ammann-Beenker tilings revisited*, in Aperiodic Crystals S. Schmid, R. L. Withers, R. Lifshitz eds. (2013), pp. 59-65.
- K. Perrot and E. Rémila, *Kadanoff sand pile model. Avalanche structure and wave shape*, Theoretical Computer Science **504** (2013), pp. 52-72.
- N. Aubrun and M. Sablik, *Multidimensional effective S-adic systems are sofic*, Uniform Distribution Theory **9** (2014), pp. 7-29.
- L. Boyer, M. Delacourt, V. Poupet, M. Sablik and G. Theysier. *μ-limit sets of Cellular Automata from a Computational Complexity Perspective*, Journal of Computer and System Sciences **81** (2015), pp. 1623-1647.
- N. Bédaride and Th. Fernique, *When periodicities enforce aperiodicity*, Communications in Mathematical Physics **335** (2015), pp. 1099-1120.
- N. Bédaride and T. Fernique, *No weak local rules for the 4p-fold tilings*, Discrete and Computational Geometry **54** (2015), pp. 980-992.
- K. Perrot and E. Rémila. *Piles de sable décroissantes 1D. Classification expérimentale d'émergences*, Technique et Science Informatiques **34** (2015), pp. 377-400.
- N. Rolin and A. Ugolnikova, *Tilings by 1x1 and 2x2 squares*, RAIRO-Theor. Inf. Appl. **50** (2016), pp. 105-116.
- N. Bédaride and Th. Fernique, *Weak local rules for planar octagonal tilings*, Israel Journal of Mathematics **222** (2017), pp. 63-89.
- J. Nilsson, *On Counting the Number of Tilings of a Rectangle with Squares of Size 1 and 2*, Journal of Integer Sequences **20** (2017)
- B. Hellouin de Menibus and M. Sablik, *Self-organisation in cellular automata with coalescent particles : qualitative and quantitative approches*, Journal of statistical physics **167** (2017) pp. 1180-1220.
- N. Aubrun, S. Barbieri and M. Sablik. *A notion of effectiveness for subshifts on finitely generated groups*, Theoretical Computer Science **661** (2017), pp. 35-55.
- B. Hellouin de Menibus and M. Sablik, *Characterisation of sets of limit measures after iteration of a cellular automaton on an initial measure*, to appear in Ergodic Theory and Dynamical Systems
- E. Formenti, K. Perrot and E. Rémila. *Computational complexity of the avalanche problem for one dimensional decreasing sandpiles*, to appear in Journal of Cellular Automata

- K. Perrot and E. Rémila. *Strong Emergence of Wave Patterns on Kadanoff Sandpiles*, European journal of Combinatorics **24** (2017), pp. 1-30.
- Th. Fernique and M. Sablik, *Weak colored local rules for planar tilings*, to appear in Ergodic Theory and Dynamical Systems
- N. Bédaride, A. Hilion and T. Jolivet, *Topological substitutions and Rauzy fractals*, to appear in Bulletin de la SMF
- D. Regnault, E. Rémila, *Lost in Self-Stabilization,: a Local Process that Aligns Connected Cells*, to appear in Theoretical Computer Science
- S. Barbieri and M. Sablik, *A generalisation of the simulation theorem for semidirect products*, to appear in Ergodic Theory and Dynamical Systems
- Actes de conférences
- T. Melliti, D. Regnault, A. Richard and S. Sené, *On the convergence of Boolean automata networks without negative cycles*, AUTOMATA 2013
- D. Regnault, *Proof of a phase transition in probabilistic cellular automata*, DLT 2013
- K. Perrot and E. Rémila. *Emergence of wave patterns on Kadanoff Sandpiles*, LATIN 2014
- E. Formenti, K. Perrot and E. Remila *Computational complexity of the avalanche problem on one dimensional Kadanoff sandpiles*; AUTOMATA 2014
- F. Becker, A. Fernandez Anta, I. Rapaport and E. Rémila, *A Hierarchy of congested clique models, from broadcast to unicast*, PODC 2015
- D. Regnault and E. Rémila, *Lost in self-stabilization*, MFCS 2015
- K. Perrot and E. Rémila. *Emergence on decreasing sandpile models*, MFCS 2015
- O. Bodini, J. Lumbroso and N. Rolin *Analytic Samplers and the Combinatorial Rejection Method*, AnAlCo 2015
- F. Becker, A. Fernandez Anta, I. Rapaport and E. Rémila,*The effect of range and bandwidth on the round complexity in the congested clique model*, COCOON 2016
- V. Berthé, Th. Fernique and M. Sablik, *Effective S-adic symbolic dynamical systems*, CiE 2016
- S. Barbieri and M. Sablik. *The domino problem for self-similar structures*, CiE 2016
- M. Sablik and M. Schraudner, *Algorithmic optimization for the realization of an effective subshift by a sofic*, ICALP 2016
- Soumis
- N. Bédaride and Th. Fernique, Icosahedral Tilings Revisited
- P.-E. Meunier and D. Regnault, A pumping lemma for non-cooperative self-assembly
- F. Becker and P.-E. Meunier, It's a tough nanoworld: in tile assembly, cooperation is not (strictly) more powerful than competition
- S. Barbieri and M. Sablik. A generalisation of the simulation theorem for semidirect products

- I. Marcovici, M. Sablik and S. Taati, Ergodicity of some classes of cellular automata subject to noise
- A. Ugolnikova, Mixing Time on the Kagome Lattice
- A. Ugolnikova, Mixing Time for Square Tilings

H.3. Liste des éléments de valorisation

La liste des éléments de valorisation inventorie les retombées (autres que les publications) décomptées dans le deuxième tableau de la section . On détaillera notamment :

- *brevets nationaux et internationaux, licences, et autres éléments de propriété intellectuelle consécutifs au projet.*
- *logiciels et tout autre prototype*
- *actions de normalisation*
- *lancement de produit ou service, nouveau projet, contrat,…*
- *le développement d'un nouveau partenariat,*
- *la création d'une plate-forme à la disposition d'une communauté*
- *création d'entreprise, essaimage, levées de fonds*
- *autres (ouverture internationale,..)*

Elle en précise les partenariats éventuels. Dans le cas où des livrables ont été spécifiés dans l'annexe technique, on présentera ici un bilan de leur fourniture.

1. Bilan et suivi des personnels recrutés en CDD (hors stagiaires)

Ce tableau dresse le bilan du projet en termes de recrutement de personnels non permanents sur CDD ou assimilé. Renseigner une ligne par personne embauchée sur le projet quand l'embauche a été financée partiellement ou en totalité par l'aide de l'ANR et quand la contribution au projet a été d'une durée au moins égale à 3 mois, tous contrats confondus, l'aide de l'ANR pouvant ne représenter qu'une partie de la rémunération de la personne sur la durée de sa participation au projet.
Les stagiaires bénéficiant d'une convention de stage avec un établissement d'enseignement ne doivent pas être mentionnés.

Les données recueillies pourront faire l'objet d'une demande de mise à jour par l'ANR jusqu'à 5 ans après la fin du projet.

Identification				Avant le recrutement sur le projet			Recrutement sur le projet				Ap
Nom et prénom	Sexe H/F	Adresse email (1)	Date des dernières nouvelles	Dernier diplôme obtenu au moment du recrutement	Lieu d'études (France, UE, hors UE)	Expérience prof. Antérieure, y compris post-docs (ans)	Partenaire ayant embauché la personne	Poste dans le projet (2)	Durée missions (mois) (3)	Date de fin de mission sur le projet	De pro (4)
Johan Nilsson	H		2017	Thèse	Allemagne	5 ans post doc	LIPN	Post-doc	2 ans	2016	En

Aide pour le remplissage

***(1) Adresse email** : indiquer une adresse email la plus pérenne possible*
***(2) Poste dans le projet** : post-doc, doctorant, ingénieur ou niveau ingénieur, technicien, vacataire, autre (préciser)*
***(3) Durée missions** : indiquer en mois la durée totale des missions (y compris celles non financées par l'ANR) effectuées sur le projet*
***(4) Devenir professionnel** : CDI, CDD, chef d'entreprise, encore sur le projet, post-doc France, post-doc étranger, étudiant, recherche d'emploi, sans nouvelles*
***(5) Type d'employeur** : enseignement et recherche publique, EPIC de recherche, grande entreprise, PME/TPE, création d'entreprise, autre public, autre privé, libéral, autre (préciser)*
***(6) Type d'emploi** : ingénieur, chercheur, enseignant-chercheur, cadre, technicien, autre (préciser)*
***(7) Lien au projet ANR** : préciser si l'employeur est ou non un partenaire du projet*
***(8) Valorisation expérience** : préciser si le poste occupé valorise l'expérience acquise pendant le projet.*

Les informations personnelles recueillies feront l'objet d'un traitement de données informatisées pour les seuls besoins de l'étude anonymisée sur le devenir professionnel des personnes recrutées sur les projets ANR. Elles ne feront l'objet d'aucune cession et seront conservées par l'ANR pendant une durée maximale de 5 ans après la fin du projet concerné. Conformément à la loi n° 78-17 du 6 janvier 1978 modifiée, relative à l'Informatique, aux Fichiers et aux Libertés, les personnes concernées disposent d'un droit d'accès, de rectification et de suppression des données personnelles les concernant. Les personnes concernées seront informées directement de ce droit lorsque leurs coordonnées sont renseignées. Elles peuvent exercer ce droit en s'adressant l'ANR (http://www.agence-nationale-recherche.fr/Contact).