

TD/TP 3 : Produit de matrices à la chaîne

1 Échauffement

Q1. Calculez le produit de matrices suivant.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 6 & 2 & 9 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Q2. De combien de façon peut-on multiplier 3 matrices? Quel est le nombre minimum de produits élémentaires (entre deux coefficients) effectués?

2 Cas général

On veut calculer un produit de n matrices en faisant le moins possible de produits élémentaires :

$$A_{i_0, i_1} A_{i_1, i_2} \cdots A_{i_{n-1}, i_n},$$

où $A_{l,c}$ désigne une matrice avec l lignes et c colonnes.

Q3. Quels sous-problèmes introduire si on veut utiliser la programmation dynamique pour trouver le nombre minimum de produits élémentaires nécessaires?

Q4. Combien y'a t-il de sous-problèmes? Comment stocker les sous-solutions?

Q5. Quels sont les cas terminaux (sous-problème résoluble sans appel récursif)?

Q6. Comment combiner les résultats des sous-problèmes?

3 À vos claviers

Q7. Programmez une fonction qui prend en argument un pointeur sur une suite d'entiers i_0, \dots, i_n (et d'éventuels paramètres supplémentaires) et qui renvoie le nombre minimal de produits nécessaires à multiplier la chaîne de matrices

$$A_{i_0, i_1} A_{i_1, i_2} \cdots A_{i_{n-1}, i_n}.$$

Q8. Que trouve-t-on avec la suite $1, 2, \dots, n$?