



# Mémoire de projet de fin d'études

## Spécification et vérification des réseaux de Petri temporels en Coq

Amal Chamakh

Tuteurs

Mme Micaela Mayero - M. Kais Klai

Laboratoire d'Informatique de Paris Nord  
Université Paris 13

le 22 Janvier 2015



## Contexte et Problématique

Prolifération de systèmes pour :

- Surveiller les automatismes des transports terrestres
- Piloter des avions et des fusées
- Contrôler des centrales nucléaires
- Transmettre des données confidentielles



## Contexte et Problématique

Prolifération de systèmes pour :

- Surveiller les automatismes des transports terrestres
- Piloter des avions et des fusées
- Contrôler des centrales nucléaires
- Transmettre des données confidentielles

→ Erreur = désastres humains, financiers et environnementaux



## Contexte et Problématique

Prolifération de systèmes pour :

- Surveiller les automatismes des transports terrestres
- Piloter des avions et des fusées
- Contrôler des centrales nucléaires
- Transmettre des données confidentielles

→ Erreur = désastres humains, financiers et environnementaux

Une solution : la vérification formelle.



La vérification formelle : prouver mécaniquement que le programme vérifie une propriété



La vérification formelle : prouver mécaniquement que le programme vérifie une propriété

Model checking

Preuve Formelle



La vérification formelle : prouver mécaniquement que le programme vérifie une propriété

Model checking

- automatique
- contre exemple fourni par un model checker
- décidable sur des systèmes finis  $\rightarrow$  problème de l'explosion combinatoire

Preuve Formelle



La vérification formelle : prouver mécaniquement que le programme vérifie une propriété

### Model checking

- automatique
- contre exemple fourni par un model checker
- décidable sur des systèmes finis → problème de l'explosion combinatoire

### Preuve Formelle

- non automatique
- fastidieuse
- applicable sur des systèmes paramétrés, infinis



La vérification formelle : prouver mécaniquement que le programme vérifie une propriété

### Model checking

- automatique
- contre exemple fourni par un model checker
- décidable sur des systèmes finis → problème de l'explosion combinatoire

### Preuve Formelle

- non automatique
- fastidieuse
- applicable sur des systèmes paramétrés, infinis

⇒ Combiner model checking et preuve formelle.



## Objectifs

- Combiner preuve formelle et model checking de systèmes temporisés
- Validations qualitative et quantitative des systèmes temporisés
- Modélisation par des réseaux de Petri temporels



# Plan

Réseaux de Petri temporels

Le système Coq

Modélisation via PNML

Spécification en Coq

Preuves sur les TPNs

Conclusion



## Réseaux de Petri temporels

### Réseau de Petri P/T



Un outil de modélisation en phase de conception de systèmes.



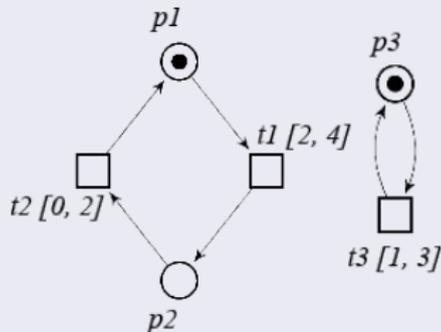
## Réseaux de Petri temporels

### Réseau de Petri P/T



Un outil de modélisation en phase de conception de systèmes.

### Réseau de Petri temporel (TPN)



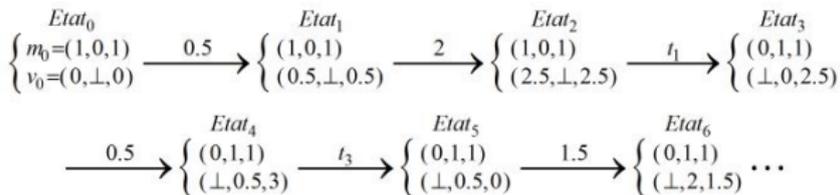
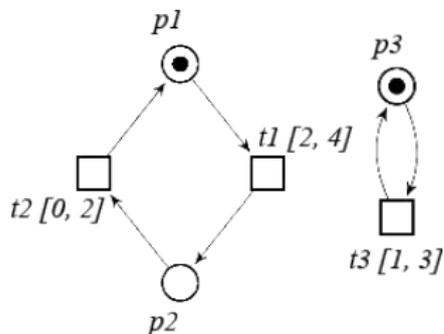
Extension des RdPs P/T :

- Intervalle de temps (statique)
- Horloge  $v$

pour chaque transition

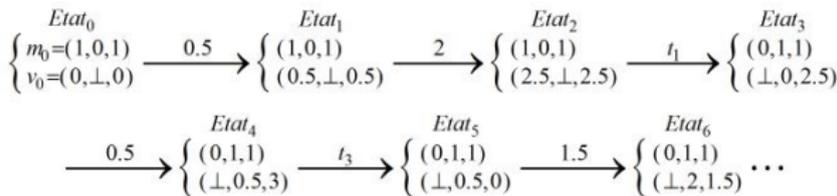


# Réseaux de Petri temporels





# Réseaux de Petri temporels





# Réseaux de Petri temporels



$$\begin{array}{c}
 \text{Etat}_0 \xrightarrow{0.5} \text{Etat}_1 \xrightarrow{2} \text{Etat}_2 \xrightarrow{t_1} \text{Etat}_3 \\
 \left\{ \begin{array}{l} m_0 = (1, 0, 1) \\ v_0 = (0, \perp, 0) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1, 0, 1) \\ (0.5, \perp, 0.5) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1, 0, 1) \\ (2.5, \perp, 2.5) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (0, 1, 1) \\ (\perp, 0, 2.5) \end{array} \right. \\
 \\
 \xrightarrow{0.5} \text{Etat}_4 \xrightarrow{t_3} \text{Etat}_5 \xrightarrow{1.5} \text{Etat}_6 \dots \\
 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (0, 1, 1) \\ (\perp, 0.5, 3) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (0, 1, 1) \\ (\perp, 0.5, 0) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (0, 1, 1) \\ (\perp, 2, 1.5) \end{array} \right. \dots
 \end{array}$$

⇒ Espace d'états infini



## Preuves formelles

- Coq : assistant de preuve basé sur le langage Gallina
- types usuels des langages de programmation
  - exprimer des assertions sur les expressions



## Preuves formelles

Coq : assistant de preuve basé sur le langage Gallina

- types usuels des langages de programmation
- exprimer des assertions sur les expressions

### Etapes

- Modéliser le système
- Spécifier formellement le modèle : axiomes, règles d'inférence...
- Écrire des preuves formelles :
  - ① Théorème : Proposition
  - ② Preuve : Ensemble de tactiques → démontrer le théorème



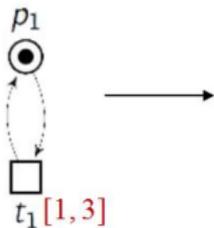
## Modélisation via PNML

PNML (Petri Net Markup Language) : format standard de description de réseaux de Petri.



## Modélisation via PNML

PNML (Petri Net Markup Language) : format standard de description de réseaux de Petri.



```
<name><text>example1</text></name>
<page id="page1">

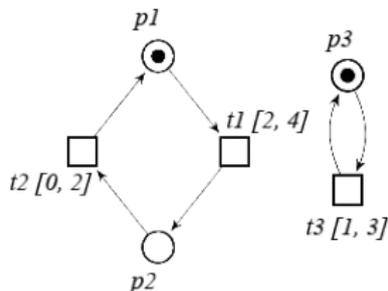
<!-- places -->
<place id="p1">
<name><text>p1</text></name>
<initialMarking> <text>1</text>
</initialMarking>
</place>

<!-- transitions -->
<transition id="t1">
<name><text>t1</text></name>
<min><text>1</text></min>
<max><text>3</text></max>
</transition>

<!-- arcs -->
<arc id="arc0" source="p1" target="t1"/>
<arc id="arc1" source="t1" target="p1">
<inscription><text>1</text></inscription>
</arc>
</page>
```



## De PNML à Coq



```
CoqIde
File Edit View Navigation Try Tactics Templates Queries Compile Windows Help
module_tpn.v
Require Import Reals List Recdef Bool Arith Min Max.

Record Place : Type := mkPlace { Pl : nat }.
Record Transition : Type := mkTransition { Tr : nat }.
Record State : Type := mkstate { mark : list nat ; time : list R }.

Definition P: list Place :=
((mkPlace 1)::(mkPlace 2)::(mkPlace 3)::nil).

Definition T: list Transition :=
((mkTransition 1)::(mkTransition 2)::(mkTransition 3)::nil).

Definition m0: list nat := (5::1::0::nil).
Definition I: list (Transition*nat*nat) :=
((mkTransition 1,2,4)::(mkTransition 2,0,2)::(mkTransition 3,1,3)::nil).

Definition Pre: list (Transition* (list nat)) :=
((mkTransition 1,(1::0::0::nil))::(mkTransition 2,(0::1::0::nil))::
(mkTransition 3,(0::0::1::nil))::nil).

Definition Post: list (Transition* (list nat)) :=
((mkTransition 1,(0::1::0::nil))::(mkTransition 2,(1::0::0::nil))::
(mkTransition 3,(0::0::1::nil))::nil).
```



## Spécification en Coq I

Aspect statique : composants du réseau et conditions

- État initial du réseau
- Transition sensibilisée
- Transition nouvellement sensibilisée
- Transition persistante
- Transition franchissable

→ Fonctions récursives : *Fixpoint*



## Spécification en Coq II

Aspect dynamique : opérations et changements d'états

- Relation de transition continue : écoulement du temps
- Relation de transition discrète : franchissement d'une transition



Aspect dynamique : opérations et changements d'états

- Relation de transition continue : écoulement du temps
- Relation de transition discrète : franchissement d'une transition

$$(m, v) \xrightarrow{(t,d)} (m', v')$$



## Preuves sur les TPNs

Théorème (Proposition) :

- Franchissabilité d'une séquence  $S$  de transitions
- Accessibilité d'un marquage (état)
- Franchissabilité de  $S$  dans un temps donné (calcul du temps minimum de franchissement)



## Preuves sur les TPNs

Théorème (Proposition) :

- Franchissabilité d'une séquence  $S$  de transitions
- Accessibilité d'un marquage (état)
- Franchissabilité de  $S$  dans un temps donné (calcul du temps minimum de franchissement)

$S$  : contre exemple fourni par un model checker



## Preuves sur les TPNs

Théorème (Proposition) :

- Franchissabilité d'une séquence  $S$  de transitions
- Accessibilité d'un marquage (état)
- Franchissabilité de  $S$  dans un temps donné (calcul du temps minimum de franchissement)

$S$  : contre exemple fourni par un model checker

Preuves récursives : Propositions inductives

Preuves récursives et infinies : Propositions coinductives



## Preuves sur les TPNs

Le langage Ltac :

- écriture de tactiques personnalisées
- construction par filtrage (pattern matching)
- backtracking : retour en arrière



## Preuves sur les TPNs

Le langage Ltac :

- écriture de tactiques personnalisées
- construction par filtrage (pattern matching)
- backtracking : retour en arrière

⇒ Automatisation des preuves



## Preuves sur les TPNs

Lemma Franchissable: franchissable\_i S02 State0.

Proof.

cofix .

rewrite (frob\_eq S02).

compute.

prove\_franchissable.

Qed.



## Conclusion

Difficultés :

- La manière de faire collaborer les deux approches de vérification
- Calcul sur les nombres réels et la complexité de Coq
- L'automatisation et l'optimisation du temps d'exécution d'une preuve



## Conclusion

Dans le futur :

- Étudier le gain de ce travail sur des systèmes complexes : temps, efficacité..
- Faire collaborer notre approche avec le model checking parallèle



*Merci*  
*de votre attention*