

## TD 4

**Exercice 1** On donne  $\Gamma$  un ensemble fini de formules qui admet un modèle (une distribution de valeurs de vérité donnant la valeur Vrai à toutes les formules). On suppose que  $\Phi$  est une conséquence sémantique de  $\Gamma$ , et que  $\Psi$  n'est pas une conséquence sémantique de  $\Gamma$  :  $\Gamma \models \Phi$  et  $\Gamma \not\models \Psi$ . Soit  $\tau$  une tautologie.

- Est-ce que  $\Phi$  est une conséquence sémantique de  $\Gamma \cup \{\tau\}$  ?
- Est-ce que  $\Psi$  est une conséquence sémantique de  $\Gamma \cup \{\tau\}$  ?
- Quelle formule  $\rho$  pourrait-on ajouter à  $\Gamma$  pour que  $\neg\Phi$  soit une conséquence sémantique de  $\Gamma \cup \{\rho\}$  ?

**Exercice 2** On définit le connecteur binaire '|', appelé barre de Sheffer dont la table de vérité est la suivante :

A	B	A B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Montrer que l'ensemble { | } est un système complet de connecteurs.

**Exercice 3** Soit la formule  $F = (P \vee Q) \Rightarrow ((\neg(\neg R \vee P) \Leftrightarrow Q))$ .

- Donner la table de vérité de  $F$ .
- Utiliser cette table pour construire une FND équivalente à  $F$ .
- On veut maintenant construire une FNC équivalente à  $F$  :
  - Commencer par trouver une FND équivalente à  $\neg F$ , que l'on notera  $G$ .
  - A partir de  $\neg G$  et en distribuant la négation, trouver une FNC équivalente à  $\neg G$ .
  - En déduire une FNC équivalente à  $F$ .