

Séries de Dirichlet automatiques

(ou comment une constante de Flajolet-Martin ne fut pas évaluée)

J.-P. Allouche, CNRS, Math., Équipe Combinatoire et Optimisation, UPMC
<http://www.math.jussieu.fr/~allouche>

L'auteur propose une promenade qui visitera tour à tour la suite de rationnels

$$\frac{1}{2} \quad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} \quad \frac{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}}{\frac{5}{6}} \quad \dots,$$

la constante réelle de Flajolet-Martin $\varphi = 2^{-1/2} e^{\gamma} \frac{2}{3} \prod_{n \geq 1} \left[\frac{(4n+1)(4n+2)}{(4n)(4n+3)} \right]^{(-1)^{s(n)}}$, la série

de Dirichlet $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{a(n)}}{n^s}$ où $(a(n))_{n \geq 0}$ est la suite de Thue-Morse, les densités naturelle et logarithmique des suites automatiques, et quelques produits infinis et sommes infinis aux valeurs explicites parfois inattendues. (Certains des travaux cités sont des articles écrits en collaboration avec un ou plusieurs de ces coauteurs : H. Cohen, M. Mendès France, J. Peyrière, J. Shallit, J. Sondow.)